ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 NOVEMBRE 1937.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **George-Albert Boulenger**, de Bruxelles, Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie depuis 1916.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le tome XIV, 2e série, des *Œuvres complètes d'*Augustin Cauchy, publiées sous la direction scientifique de l'Académie des Sciences et sous les auspices de M. le Ministre de l'Éducation Nationale.

GÉOLOGIE. — *Les anomalies de structure et de composition de phosphates albiens du Bassin de Paris et les enseignements qui en découlent.* Note de M. **Lucien Cayeux**.

L'analyse des phosphates albiens du Bassin de Paris fournit de nombreux exemples de nodules qui ont été fissurés et remaniés sous la mer. Par exception, les solutions de continuité, susceptibles de mesurer jusqu'à 3^{mm} d'ouverture, sont restées béantes (Boulonnais). En général, elles sont oblitérées, soit par des minéraux tels que calcite, pyrite et glauconie, soit par une matière représentant à elle seule tout un sédiment. Ces différences tiennent uniquement à la largeur des fractures. Sont-elles très étroites, on n'y observe que des minéraux, au premier rang desquels vient la glauconie représentée par de nombreuses veinules, simples ou ramifiées. Lorsqu'elles acquièrent une certaine ampleur, le remplissage est toujours un sédiment phosphaté, dont la comparaison avec la matière même du nodule est des

plus instructives. Les trois assises de l'Albien du Bassin de Paris fournissent d'excellents exemples de ces manières d'être des nodules. En voici quelques-unes, choisies parmi les plus intéressantes :

1° Un rognon de l'assise à *D. mamillare* de La Hève, sectionné par le milieu, montre un réseau de larges mailles polygonales, définies par de gros traits qui s'entrecroisent avec une épaisseur dépassant à peine $0^{mm},5$. Au microscope, ces traits sont formés de phosphate de chaux, à l'exclusion généralement totale des grains de glauconie qui abondent dans le nodule, et des grains de quartz les plus volumineux. En revanche, on y observe des Foraminifères, d'une fréquence beaucoup plus grande que dans le rognon. Sur le bord de ces bandelettes, des grains de glauconie des nodules sont tranchés comme à l'emporte-pièce, sans qu'on puisse retrouver les parties manquantes. Une pareille constitution évoque l'idée de deux phosphates très dissemblables et absolument indépendants l'un de l'autre, correspondant à deux générations successives, engendrées sur des fonds différents.

2° Des nodules à *H. interruptus* du Boulonnais, constitués par un phosphate, pauvre ou très pauvre en glauconie, renfermant une faible proportion de quartz et seulement quelques Foraminifères, sont traversés par d'anciennes crevasses, dont le remplissage est riche en glauconie, au point que ce minéral peut l'emporter. A la glauconie s'ajoutent de nombreux grains de quartz et des Foraminifères beaucoup plus répandus que dans les nodules. Entre les deux phosphates en présence, le contact est aussi net que leurs lignes de démarcation sont franches. Ici comme là, on passe sans transition du remplissage des fissures au phosphate des nodules.

3° Des rognons de la base de la gaize à *Sch. inflata* de l'Argonne révèlent des faits analogues, et non moins décisifs. Tel d'entre eux montre des fentes oblitérées par du phosphate très glauconieux, alors qu'il est lui-même très pauvre en glauconie. Tel autre permet d'observer le contraire, avec des fentes remplies d'un phosphate très pur, non glauconieux, affectant un phosphate comptant de nombreux éléments de glauconie.

Dans tous les cas observés, il y a pour ainsi dire interpénétration de deux phosphates différents, lesquels sont séparés comme deux roches étrangères l'une à l'autre. C'est l'évidence même, qu'une fois formés, les nodules en cause ont subi un phénomène de retrait, assez marqué pour créer un système de larges fissures. Et, point capital, le réseau de fentes a été rempli à un moment donné par un véritable sédiment, différent de celui des nodules, au double point de vue minéralogique et organique. De là découle une série d'enseignements :

1° La fissuration est un phénomène sous-marin.

2° La consolidation des rognons était déjà très avancée lorsque la contraction s'est produite, puisque des grains de glauconie, au lieu d'être détachés de la roche, ont été tranchés par les plans de fracture. Le fait que les bords des fentes ont des angles extrêmement vifs plaide dans le même sens.

3° Aux deux générations de phosphates qui caractérisent l'histoire de pareils nodules, correspondent deux milieux générateurs bien distincts, ce que l'on peut traduire en disant que ces nodules ont été remaniés et entraînés sur des fonds, très différents de ceux qui leur ont donné naissance.

4° En général, le déplacement s'est effectué vers le large, conclusion imposée par la raréfaction et la taille plus petite des minéraux, par la multiplication des Foraminifères, etc. Un enseignement diamétralement opposé se dégage pour des nodules beaucoup moins répandus. Tout se passe, en conséquence, comme si les vides avaient été remplis, tantôt, du côté du large, et tantôt dans la direction du rivage. Les deux manières d'être coexistent dans les matériaux d'un seul et même gisement, et jamais dans un nodule donné.

Il s'ensuit que les nodules en question ne sont plus dans leur gisement primitif et qu'ils ont subi un remaniement sous-marin de grande amplitude. Pour tout dire, ce n'est là qu'un des épisodes d'une histoire très complexe, laquelle trahit de multiples remises en mouvement et l'intervention de courants de fond, auxquels est dévolu un rôle très important en l'espèce.

Tout bien pesé, les concentrations de nodules phosphatés de l'Albien du Bassin de Paris sont assimilables à des bancs de conglomérats, engendrés en l'absence de toute intervention de la terre ferme, et c'est comme tels qu'il faut les considérer pour en donner une interprétation correcte, et se faire une idée exacte des conditions bathymétriques du milieu générateur. En réalité, les éléments de ces conglomérats jouent le rôle de galets et ne sont pas des concrétions à proprement parler.

Il n'est pas inutile de constater une fois de plus que le régime des mers anciennes est loin d'être calqué sur celui des mers actuelles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelles propriétés de certaines équations où figurent des valeurs principales d'intégrales.* Note [1] de M. **Georges Giraud.**

Une Note récente [2] énonçait certaines propriétés d'équations intégrales

$$u(X) - \lambda \int_{\mathcal{V}}^{(m)} F(X, A) u(A) \, dV_A = f(X),$$

où l'intégrale doit être prise en valeur principale, car le noyau F n'est pas nécessairement sommable, bien que le produit de ce noyau par la puissance m de la distance $L(X, A)$ entre les deux points, soit infiniment petit avec cette distance. Deux résultats principaux étaient annoncés :

1° Dans le cas le plus général considéré dans cette Note, l'équation admet une solution et une seule dès que $|\lambda|$ est assez petit.

2° Moyennant certaines restrictions dans les hypothèses, il existe un noyau résolvant $N(X, \Xi; \lambda)$, méromorphe dans tout le plan de la variable complexe λ, avec des pôles indépendants des deux points X et Ξ, et des théorèmes semblables à ceux de Fredholm s'appliquent pour toute valeur de λ.

Or les restrictions alors énoncées sont inutiles : $N(X, \Xi; \lambda)$ *jouit de ces propriétés dans le cas le plus général considéré dans la Note citée, et cela entraîne les théorèmes semblables à ceux de Fredholm.* Indiquons comment peuvent être choisies les fonctions ω^* et h^* qui peuvent remplacer respectivement ω et h dans les conditions (1) à (8) de la Note citée, où F est remplacé par N. En choisissant deux nombres μ et ν tels qu'on ait $\mu > 1 > \nu > 0$, et en augmentant au besoin ω et h, nous remplissons les conditions suivantes : $\omega(t)/t$ est décroissant et $\geqq 1$, quel que soit t; $\omega(t)(\mu - \log t)^\mu$ est décroissant dans le champ $0 < t < 1$, et $\omega(t)(\mu - \log t)^\nu$ est croissant dans le même champ; enfin $h(t) \log(4R/t)$ est décroissant et $\geqq 1$ dans le champ $0 < t < 2R$. Alors ω^* et h^* doivent avoir les propriétés respectives imposées à ω et à h, et les quotients ω^*/ω et h^*/h doivent être décroissants, non bornés et au moins égaux à *un*.

---

[1] Séance du 22 novembre 1937.

[2] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 765 à 768. Prière de s'y reporter pour les notations.

Dans le cas considéré dans le paragraphe 3 de la Note citée, si l'on a fait en sorte que $\omega(t)(\mu-\log t)^{\mu}$ et $h(2Rt)(\mu-\log t)^{\mu-1}$ soient décroissants pour $t < e^{\mu}(\mu > 2)$, les conditions (1) à (8) sont remplies à condition d'y remplacer $\omega(x)$ par la plus grande des fonctions

$$\omega_1(x) = \int_0^x \frac{\omega(t)}{t}\,dt \quad \text{et} \quad h(2Rx),$$

et $h(x)$ par $\log^{-1}(4R/x)$. La Note citée supposait implicitement

$$\omega_1(x) \geqq h(2Rx).$$

M. **Émile Borel** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie, au nom de notre confrère M. **Vito Volterra**, d'un Ouvrage qu'il vient de publier, en collaboration avec M. Bohuslav Hostinský, professeur à l'Université Mazaryk, dans la *Collection de monographies sur la théorie des fonctions*, dont la maison Gauthier-Villars m'a confié la direction.

Dans cet Ouvrage, *Opérations infinitésimales linéaires, applications aux équations différentielles et fonctionnelles*, les auteurs ont recueilli leurs études sur les *substitutions* ou les *matrices* en les coordonnant avec les travaux les plus récents.

CORRESPONDANCE.

M. **Claude Charmetant** adresse un *Rapport* relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1936.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Mélanges entomologiques*, 6e fascicule, par Henri Gadeau de Kerville.

2° *Contribution à l'étude des poissons des eaux tonkinoises*, par P. Chevey et J. Lemasson.

ALGÈBRE. — *Le nombre des surcorps d'un degré donné d'un corps de nombres* $\mathfrak{p}$*-adiques.* Note [1] de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Un corps k de nombres $\mathfrak{p}$-adiques étant donné, on peut prouver facilement que le nombre $S(k; n)$ des surcorps K de k d'un degré donné n est *fini*. Les résultats d'un travail de l'auteur, actuellement sous presse, permettent de calculer ce nombre, ainsi que d'autres constantes analogues. Le but de la présente Note est d'indiquer certaines de ces constantes.

Soit $D = \{f, h; l_0, l_1, \ldots, l_{m-1}; v_0, v_1, \ldots, v_{m-1}\}$ un système de nombres réels positifs (où m est un entier non négatif; si $m = 0$, D a la forme $\{f, h\}$), p étant un nombre premier et e_0, n étant deux entiers positifs, le système D sera dit *du type* $(p; e_0, n)$ si : 1° f, h et les l_i $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$ sont des entiers positifs; 2° les v_i $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$ sont des fractions rationnelles positives telles que $v_0 < v_1 < \ldots < v_{m-1} < +\infty$; 3° h est premier à p; 4° pour tout $i = 0, 1, \ldots, m-1$, $(p^{l_i} - 1)v_i$ est entier; 5° c désignant la somme de tous les l_i $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$, $n = fhp^c$; 6° c_i étant le nombre $l_0 + l_1 + \ldots + l_{i-1}$ $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$, $v_i \leqq e_0 hp^{c_{i+1}} : (p-1)$ $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$; 7° si $v_i \equiv 0 \pmod{p}$, $l_i = 1$ et $v_i = e_0 hp^{c_{i+1}} : (p-1)$. Il n'existe qu'un nombre fini des systèmes d'un type $(p; e_0, n)$ donné : en effet les nombres f, h, les l_i $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$ et les dénominateurs des v_i $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$ sont bornés en fonction de n; et les $v_i (i = 0, 1, \ldots, m-1)$ sont bornés en fonction des e_0 et n.

Soient k un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques, $\mathfrak{p}$ son idéal premier, p le premier rationnel que divise $\mathfrak{p}$, f_0, e_0 le degré et l'ordre absolus de $\mathfrak{p}$ dans k. Soit, d'autre part, K un surcorps d'un degré fini n de k, et soient $\mathfrak{P}$ l'idéal premier de K, f et $e = hp^j$, où h est premier à p, le degré et l'ordre de $\mathfrak{p}$ dans K/k. Soient [2] $v_0, v_1, \ldots, v_{m-1}, v_m = +\infty$ les nombres de ramification (positifs) de K/k, et soient $\overset{(0)}{V}, \overset{(1)}{V}, \ldots, \overset{(m-1)}{V}, \overset{(m)}{V} = 1_k$ (où 1_k désigne l'isomorphisme identique de K) les ensembles de ramification de K/k correspondants. Soit $n_q (q = 0, 1, \ldots, m)$ le nombre d'éléments

---

[1] Séance du 22 novembre 1937.

[2] En ce qui concerne les définitions des nombres et des ensembles de ramification, je suis dans la présente Note les conventions de ma Note des *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 772, et non celles, un peu différentes, de ma Note des *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1813.

de $\overset{(q)}{V}$, et soit $r_q = n_q : n_{q+1} (q = 0, 1, \ldots, m-1)$. Posons $l_q = \log_p r_q$, où $\log_p x$ désigne la détermination réelle du logarithme à la base p d'un nombre positif x. Désignons par $D(K/k)$ le système

$$\{f, h; l_0, l_1, \ldots, l_{m-1}; v_0, v_1, \ldots, v_{m-1}\}.$$

On peut montrer *que* $D(K/k)$ *est un système du type* $(p; e_0, n)$ ([3]).

v étant une fraction rationnelle dont le dénominateur est premier à p, désignons par $\psi_p(v)$ le plus petit entier ψ tel que $(p^\psi - 1)v$ soit entier. Posons

$$v^{(p)} = \sum_{i=1}^{\psi_p(v)} \left\{ \left[v\left(p^i - \frac{1}{p}\right) \right] - [v(p^i - 1)] \right\},$$

où $[x]$ désigne la partie entière d'un nombre réel x.

D étant un système du type $(p; e_0, n)$, tout $l_q (q = 0, 1, \ldots, m-1)$ est multiple de $\psi_p(v_q)$ correspondant. Désignons par $S(k; D)$ le nombre des surcorps K de k tels que $D(K/k) = D$. Soit m' le nombre des $v_q \not\equiv 0 \pmod p$ de D. On a

Théorème I.

$$S(k; D) = e(p^{f_0 f} - 1)^{m'} \prod_{q=0}^{m-1} (p^{\{f_0 f l_q (v_q^{(p)} + 1) : \psi_p(v_q)\} - f_0 f}) \qquad (\text{où } e = n : f).$$

Conséquence 1. — $S(k; D)$ *ne dépend que des* p, f_0 *et* D. Pour cette cause, *on peut le désigner par* $S_{f_0}^{(p)}(D)$. $S(k; D)$ *est multiple de* e.

Théorème II. — *Le nombre* $S(k; n)$ *des surcorps de* K *degré relatif* n *est égal à la somme des* $S(k; D) = S_{f_0}^{(p)}(D)$, D *parcourent tous les systèmes du type* $(p; e_0, n)$.

Conséquence 2. — $S(k; n)$ *ne dépend que des* p, f_0 e_0 *et* n, *et peut être désigné par* $S_{f_0, e_0}^{(p)}(n)$.

Les résultats précédents permettent aussi de calculer le nombre de surcorps K de k de degré relatif n ayant certaines propriétés, par exemple, le nombre de tels corps K ayant la différente $\Theta_{K/k}$ égale à une puissance $\mathfrak{P}^n$

([3]) Ce résultat avait été déjà énoncé par l'auteur dans les Notes déjà citées; sa démonstration sera publiée dans un travail qui paraîtra prochainement.

Dans le cas où K/k est *galoisien* la partie de la propriété 1° concernant f et h et les propriétés 2° et 4° de $D(K/k)$ sont banales, 3° suit de la définition de h, la partie de la propriété 1°, concernant les l_i et la propriété 5° avaient été prouvées par M. Hilbert (*Jahresb. d. Deut. Math. Ver.*, **4**, 1894-1895, p. 176) et les propriétés 6° et 7° par M. Ore (*Math. Ann.*, **102**, 1929, p. 283).

de $\mathfrak{P}$ donnée s'obtient en prenant la somme des $S(k; D)$ pour tous les D du type $(p; e_0, n)$ tels que

$$e - 1 + v_0(n_0 - n_1) + v_1(n_1 - n_2) + \ldots + v_{m-1}(n_{m-1} - 1) = u$$

(pour que de tels D existent il faut et il suffit que n satisfasse aux conditions données par M. Ore [4]). Pour calculer le nombre des surcorps complètement ramifiés de k de degré n il suffit d'étendre la sommation en question aux D tels que $f = 1$. On voit *que ce nombre est multiple de n*. On pourrait indiquer d'autres exemples du même genre.

Exemple : k étant le corps 2-adique rationnel, $S(k; 12) = S_{1,1}^{(2)}(12) = 20392$. Parmi ces corps, il y a 12 468 corps complètement ramifiés.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les conditions nécessaires et suffisantes de la convergence stochastique.* Note de M. **W. Kozakiewicz**, présentée par M. Émile Borel.

On sait que dans le cas simple de la convergence d'une suite de variables aléatoires vers une constante, on peut sans difficulté exprimer les conditions de la convergence par les lois de probabilité [1] et les fonctions caractéristiques [2]. Dans cette Note, nous allons exprimer d'une manière analogue les conditions de la convergence d'une suite de variables aléatoires vers une variable aléatoire.

Soient $\{X_n\}$ une suite de variables aléatoires, X une variable aléatoire.

$P\{E\}$ désignant la probabilité d'un événement E, posons pour x, y réels quelconques

$$\left.\begin{array}{l} F_n(x, y) = P\{X_n < x, X < y\} \\ F_{nm}(x, y) = P\{X_n < x, X_m < y\} \end{array}\right\} \quad (n, m = 1, 2, 3, \ldots),$$

à condition que les inégalités fermées entre crochets soient satisfaites simultanément.

Posons ensuite

$$F(x) = P\{X < x\}.$$

Désignons pour t et t' réels, par $\varphi_n(t, t')$ la fonction caractéristique des

(4) *Math. Ann.*, **97**, 1926-1927, p. 569-598.

(1) F. P. Cantelli, *Giorn. Mat. Battag.*, **49**, 1911, p. 278.

(2) P. Lévy, *Calcul des probabilités*, Paris, 1925, p. 195-197.

variables X_n et X, c'est-à-dire l'espérance mathématique de $e^{i(X_n t + X t')}$, par $\varphi_{nm}(t, t')$ la même fonction pour X_n et X_m, par $\varphi(t)$ la même fonction pour X.

D'après la définition connue, la suite $\{X_n\}$ converge stochastiquement vers X, si pour $\varepsilon > 0$, $\eta > 0$ quelconques il existe un nombre N tel que

$$P\{|X_n - X| < \varepsilon\} > 1 - \eta \quad \text{pour} \quad n > N.$$

Ceci posé, on a les quatre théorèmes suivants dont le premier concerne le cas où la variable limite X est déterminée, le second, le cas où la variable limite n'est pas connue; les deux derniers théorèmes correspondent respectivement aux théorèmes I et II, et expriment les critères de la convergence par les fonctions caractéristiques.

Théorème I. — *La condition nécessaire et suffisante pour la convergence stochastique de la suite $\{X_n\}$ vers la variable X est que l'on ait*

$$\lim_{n \to +\infty} F_n(z, z) = \lim_{n \to +\infty} F_n(z) = F(z),$$

pour chaque point z, où F(z) est continue.

Théorème II. — *La condition nécessaire et suffisante pour la convergence stochastique de la suite $\{X_n\}$ vers une variable aléatoire est l'existence d'une loi de probabilité $\varphi(x)$, telle que l'on ait*

$$\lim_{\substack{n \to +\infty \\ m \to +\infty}} F_{nm}(z, z) = \Phi(z)$$

pour chaque point z où $\Phi(z)$ est continue.

Théorème III. — *La condition nécessaire et suffisante pour la convergence stochastique de la suite $\{X_n\}$ vers X est la convergence uniforme dans tout domaine borné des variables t et t', de la suite $\{\varphi_n(t, t')\}$ vers $\varphi(t + t')$.*

Théorème IV. — *La condition nécessaire et suffisante pour la convergence stochastique de la suite $\{X_n\}$ vers une variable aléatoire est la convergence uniforme dans tout domaine borné des variables t et t', de la suite double $\{\varphi_{nm}(t, t')\}$.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points de diramation des surfaces algébriques multiples.* Note [1] de M. **Lucien Godeaux.**

Considérons une surface algébrique F contenant une involution I_p d'ordre premier p, n'ayant qu'un nombre fini de points unis. Soit Φ une surface normale image de I_p, sur laquelle les points de diramation sont des points isolés; ces points sont singuliers pour la surface [2].

Aux sections hyperplanes Γ de Φ correspondent sur F des courbes C formant un système linéaire en général incomplet. Appelons C' les courbes C passant par un point uni A de I_p et supposons que A ne soit pas un point uni parfait (c'est-à-dire que dans le domaine du premier ordre de A, il n'y ait que deux points unis de I_p). Les courbes C' ont en A une certaine multiplicité, inférieure à p, et elles ont en commun un certain nombre de points fixes, infiniment voisins de A, unis pour I_p. Chacune des suites formées par ces points se termine par un point uni parfait de I_p. Au domaine de ce point correspond, sur la surface Φ, une courbe infiniment petite, infiniment voisine du point de diramation A' homologue de A. Du comportement des courbes C' au point A, on déduit la singularité de A' pour la surface Φ, et inversement.

Nous avons étudié le cas où le cône tangent en A' à la surface Φ se décompose en deux cônes, nécessairement rationnels, d'ordre n_1, n_2, ayant en commun une droite. S'il existe un point multiple de Φ, infiniment voisin de A', ce point est nécessairement double.

Deux cas peuvent se présenter :

1° Au point A', multiple d'ordre $n_1 + n_2$ pour Φ, sont infiniment voisins successifs k points doubles biplanaires dont le dernier est ordinaire. On a

$$p = (2k+1)n_1 n_2 + n_1 + n_2.$$

Les courbes C' ont en A la multiplicité $n_1 + n_2$; elles ont en commun une suite de $(2k+1)n_2$ points multiples d'ordre n_1, infiniment voisins successifs de A et, dans une autre direction, une seconde suite de $(2k+1)n_1$ points multiples d'ordre n_1, infiniment voisins successifs de A.

---

[1] Séance du 26 octobre 1937.

[2] Au sujet des propriétés de ces involutions, voir notre exposé sur *Les involutions cycliques appartenant à une surface algébrique*, Paris, 1935.

2° Au point A′ sont infiniment voisins successifs k points doubles biplanaires suivis d'un point double conique. On a $p = 2(k+1)n_1 n_2 + n_1 + n_2$. Les courbes C′ ont encore la multiplicité $n_1 + n_2$ en A; à ce point sont infiniment voisins successifs, d'une part $2(k+1)n_2$ points multiples d'ordre n_1, et d'autre part $2(k+1)n_1$ points multiples d'ordre n_2.

Inversement, si les courbes C′ ont en A les singularités qui viennent d'être indiquées, la surface Φ présente au point A′ la singularité correspondante.

Pour établir ces propriétés, nous considérons un modèle projectif de la surface F, sur lequel les courbes C appartiennent à un système plus ample, non composé au moyen de l'involution, mais contenant, outre $|C|$, $p-1$ autres systèmes linéaires composés au moyen de I_p. Ces systèmes ont les points unis de I_p comme points-base; deux d'entre eux ont A comme point-base simple.

GÉOMÉTRIE. — *Sur le rôle des quadriques d'inertie dans la théorie des coordonnées elliptiques.* Note [1] de M. **David Wolkowitsch**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Soit

$$Q(x, y, z) = \sum \frac{x^2}{A} - 1 = 0$$

l'équation d'une quadrique à centre. Les coordonnées elliptiques λ_1, λ_2, λ_3 d'un point x_0, y_0, z_0(P) sont données par

$$(1) \quad \begin{cases} x_0 = \sqrt{\dfrac{(A-\lambda_1)(A-\lambda_2)(A-\lambda_3)}{(A-B)(A-C)}}, \qquad y = \sqrt{\dfrac{(B-\lambda_1)(B-\lambda_2)(B-\lambda_3)}{(B-C)(B-A)}}, \\ z = \sqrt{\dfrac{(C-\lambda_1)(C-\lambda_2)(C-\lambda_3)}{(C-A)(C-B)}}. \end{cases}$$

On déduit de ces expressions l'égalité

$$(2) \quad \sum \frac{x_0^2}{A} - 1 = -\frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{ABC},$$

dont le premier membre représente $Q(x_0, y_0, z_0)$.

Les λ qui figurent au second membre sont les paramètres des trois quadriques homofocales de Q, qui passent par le point P; ce ne sont pas de

(1) Séance du 22 décembre 1937.

simples coefficients, dépourvus de dimensions, chacun d'eux est homogène au carré d'une longueur. Leur caractère concret se trouve mis davantage en évidence si l'on recourt à la notion de moment d'inertie.

Toute quadrique à centre (Q) peut être regardée comme la quadrique centrale d'inertie (de Culmann) d'un système (S) de masses, dont les coordonnées des points d'application x, y, z sont des quantités réelles ou imaginaires pures. Le système (S') *conjugué* de (S), est constitué par les mêmes masses, mais appliquées aux points de coordonnées ix, iy, iz.

La quadrique centrale d'inertie de (S') est la quadrique (Q') conjuguée de la quadrique (Q), son équation est $\Sigma x^2/A + 1 = 0$.

Les quantités λ_1, λ_2 et λ_3 sont les carrés des demi-axes de la quadrique d'inertie du système (S'), relativement au point x_0, y_0, z_0; le produit $\lambda_1\lambda_2\lambda_3$ est le carré du volume V du parallélipipède construit sur les demi-axes de cette quadrique; nous pouvons donc énoncer ainsi la propriété que représente l'équation (2) : une quadrique Q étant donnée dont le premier membre de l'équation est mis sous la forme d'une somme de termes de dimension O par rapport aux longueurs, et dont le carré du produit des axes est désigné par $\mathcal{V}$, *si l'on substitue les coordonnées* x_0, y_0, z_0 *d'un point* P, *dans le premier membre de* Q = 0, *on obtient une expression égale, en valeur absolue, au quotient par* $\mathcal{V}$, *du carré du produit des axes de la quadrique d'inertie* (Q'_P), *relative à* P, *d'un système* (S') *dont la quadrique centrale serait la quadrique* (Q') *conjuguée de* (Q).

En prenant pour Q une sphère de rayon R, on obtient une vérification intéressante :

$$Q(x_0, y_0, z_0) = \frac{(-R^2)(-R^2)(-R^2+d^2)}{-R^6} = -\frac{d^2-R^2}{R^2},$$

où $d = OP$; on reconnaît, au numérateur, l'expression de la puissance du point P par rapport à la sphère.

Si nous faisons $\lambda_2 = \lambda_3$, dans les égalités (1), nous aurons le lieu des points x_0, y_0, z_0 par lesquels passent deux quadriques homofocales confondues, c'est-à-dire l'enveloppe de ces quadriques, ou encore la développable isotrope, de la quatrième classe, circonscrite à ces quadriques homofocales. Mais la quadrique (Q'_P) est de révolution puisqu'elle a deux axes égaux, et son cône asymptote, circonscrit à Q est, lui aussi, de révolution, de sorte que nous retrouvons, en cette développable isotrope, la surface focale de Darboux, lieu des sommets des cônes de révolution circonscrits à une quadrique donnée.

Si, de plus, nous faisons $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ dans les relations (1), nous obtenons une courbe lieu des points P pour lesquels la quadrique (Q'_P) est une sphère (3 axes égaux); cette courbe est l'arête de rebroussement de la développable isotrope.

Si nous faisons $\lambda_2 = -\lambda_3$, la quadrique (Q'_P) devient un hyperboloïde équilatère, tandis que nous savons d'autre part que nous obtenons la surface des singularités du complexe de Painvin [surface des ondes de Fresnel si (Q) est un ellipsoïde]; ceci permet donc d'énoncer : *la surface des singularités du complexe de Painvin relatif à une quadrique* (Q) *est le lieu des points pour lesquels la quadrique d'inertie* (Q'_P), *d'un système dont la quadrique centrale d'inertie serait* Q', *conjuguée de* Q, *est un hyperboloïde équilatère.*

L'hyperboloïde sera à une ou à deux nappes, selon le signe de λ_1. Or on déduit des relations (1), l'équation

$$\Sigma x^2 = \Sigma A - \lambda_1$$

qui montre que la sphère de Monge de la quadrique (Q) délimite, sur la surface des singularités, les régions sur lesquelles l'hyperboloïde sera de l'une ou de l'autre espèce.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Transformations monotones des ensembles partiellement ordonnés.* Note M. **Georges Kurepa**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $<$ une relation binaire; un ensemble E sera dit *partiellement ordonné par* $<$ si, d'une part, quels que soient les points a, b, c de E vérifiant $a < b$, $b < c$, on a $a < c$, et d'autre part, si, pour aucun couple de points a, b de E, on n'a à la fois $a < b$, $b < a$. Il en sera encore ainsi si E n'a qu'un point au plus. Deux points a, b de E seront *incomparables* relativement à $<$ si l'on n'a pas $a = b$ ni $a < b$, ni $b < a$.

Si, à tout point a d'un ensemble E_1 partiellement ordonné par une relation binaire $<_1$, on fait correspondre un point bien déterminé $f(a)$ d'un ensemble E_2 partiellement ordonné par une relation binaire $<_2$, et si, pour tout couple de points a, b de E_1 tels que $a \leqq_1 b$ on a $f(a) \leqq_2 f(b)$ $[f(b) \leqq_2 f(a)]$, nous dirons que $f(a)$, $a \in E_1$, est une *transformation non décroissante* (non croissante) de E_1 en E_2. Des transformations non décroissantes et non croissantes de E_1 en E_2 seront dites des *transformations monotones* de E_1 en E_2.

Soit $f(a)$ une transformation monotone de E_1 en E_2 ; elle sera : *croissante* si, quels que soient les points a, b de E_1 vérifiant $a < b$, on a $f(a) < f(b)$, et *presque croissante*, si elle est non décroissante et telle que, quel que soit le point a de E_1 qui n'est pas un *dernier* point de E_1, l'ensemble $f(A)$ des $f(b)$, b parcourant l'ensemble A des points x de E_1 tels que $a \leq x$ soit composé de plus d'un point. Dans le cas particulier où E_2 est semblable à un ensemble linéaire, on dira que, dans E_1, il existe une *fonction réelle uniforme croissante* (presque croissante), s'il y a une transformation croissante (presque croissante) de E_1 en E_2.

Voici trois cas remarquables dans chacun desquels il existe une fonction réelle uniforme croissante :

1° E_1 est ordonné et contient un ensemble au plus dénombrable D tel qu'entre deux points de E_1 n'appartenant pas simultanément à D existe un point de D (Cantor-Denjoy) [1];

2° La famille de tous les sous-ensembles d'un ensemble au plus dénombrable, ordonnée partiellement par $\supset$ ou $\subset$ [2];

3° La famille de tous les ensembles fermés (ouverts) extraits d'un espace (V) parfaitement séparable [3], ordonnée partiellement par $\supset$ ou $\subset$ [4].

Manifestement la condition nécessaire pour l'existence d'une fonction réelle croissante dans E_1 est que tout sous-ensemble bien ordonné de E_1 soit $\leq \aleph_0$; de même, il suffit que E_1 soit somme de $\leq \aleph_0$ ensembles dont chacun est composé de points deux à deux incomparables, pour que, dans E_1, il existe une fonction réelle croissante.

En nous restreignant au cas particulier où E_1 est un *tableau ramifié* (c'est-à-dire tel que, quel que soit le point a de E_1, l'ensemble des points de E_1 dont chacun précède a est *bien ordonné*), il est intéressant de savoir si les deux conditions précédentes sont encore suffisante et nécessaire respectivement. Remarquons que le second problème est équivalent à celui-ci :

Peut-on attacher à tout ensemble E *bien ordonné non vide de nombres rationnels un nombre rationnel bien déterminé* $f(E)$ *de telle façon que, pour tout couple d'ensembles bien ordonnés non vides distincts de nombres rationnels*, A, B, *tels que* A *soit un segment initial de* B, *on ait* $f(A) < f(B)$?

---

(1) Cf. *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1011.

(2) W. Sierpinski, *L'Ens. Math.*, 30, 1931, p. 240.

(3) Pour la terminologie, voir M. Fréchet, *Espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 290.

(4) A. Lindenbaum, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1511.

THÉORÈME I. — *Tout tableau ramifié non dénombrable dans lequel existe une fonction réelle uniforme croissante a même puissance que l'un de ses sous-ensembles composé de points deux à deux* incomparables.

En combinant le théorème I avec un théorème de Baire et avec le théorème ci-dessus de M. Lindenbaum, on a :

THÉORÈME II. — *Quel que soit le tableau ramifié non dénombrable* $\mathfrak{T}$ [5] *d'ensembles fermés et d'ensembles ouverts extraits d'un espace* (V) *parfaitement séparable au sens de M. Fréchet,* $\mathfrak{T}$ *a même puissance que l'une de ses sous-familles composée d'ensembles* fermés deux à deux disjoints.

Définitions. — E étant un ensemble partiellement ordonné, posons : $\Gamma E =$ borne sup. tF, F parcourant tous les sous-ensembles bien ordonnés de E et tous les sous-ensembles inversement bien ordonnés de E ($tF \equiv$ type d'ordre de F); désignons, pour tout $a \varepsilon E$, par $[a]_E$ l'ensemble de tous les points de E dont chacun est *comparable* à a; disons, enfin, que E est *normal* s'il est fini ou s'il a même puissance que l'un de ses sous-ensembles F jouissant de la propriété suivante : pour tout point a de F, le sous-ensemble $[a]$ de F *est ordonné.*

THÉORÈME FONDAMENTAL. — *Est normal tout tableau ramifié* E *dans lequel existe une fonction réelle uniforme presque croissante, pourvu que* E *vérifie l'une de ces deux conditions :*

I. *Quel que soit le point a de* E, $\Gamma[a]_E = \Gamma E$;

II. ΓE *est un nombre ordinal de première espèce ou bien un ordinal de seconde espèce tel que, quelle que soit la suite croissante d'ordinaux* $< \Gamma E$ *et* $\rightarrow \Gamma E$, *le type d'ordre de celle-ci est* ΓF ($\equiv \Gamma E$ *est régulier*).

Remarquons que, pour que tout tableau ramifié soit normal [6], il faut et il suffit que tout tableau ramifié dans lequel existe une fonction réelle uniforme presque croissante soit normal.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de Laplace.*
Note de M. **Alberto González Dominguez**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soit un développement de Laguerre

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{-\frac{t}{2}} L_n(t), \tag{1}$$

---

[5] Pour la terminologie, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 112.
[6] *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 169.

où

$$L_n(t)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\frac{(-t)^k}{K\,!}$$

est le polynome de Laguerre d'ordre n. On dit que le développement (1) est la série de Laguerre de $f(t)$, ou la série de Laguerre-Stieltjes de $\alpha(t)$, lorsque l'on a, respectivement,

$$a_n=\int_0^\infty e^{-\frac{t}{2}}L_n(t)f(t)\,dt, \qquad a_n=\int_0^\infty e^{-\frac{t}{2}}L_n(t)\,d\alpha(t).$$

Considérons l'expression

$$(2) \qquad \sigma(r,\,t)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n e^{-\frac{t}{2}}L_n(t)r^n \qquad (0\leqq r<1).$$

Dans la colonne de droite du tableau suivant, nous donnons les *conditions nécessaires et suffisantes pour que le développement* (1) *soit la série de Laguerre ou de Laguerre-Stieltjes d'une fonction* appartenant à la catégorie indiquée à gauche, dans la ligne correspondante.

$f(t)\,\varepsilon\,L(0,\,\infty)$	$\lim\limits_{\substack{r\to 1\\ \rho\to 1}}\lvert\sigma(r,\,t)-\sigma(\rho,\,t)\rvert=0$	*a*
$f(t)\,\varepsilon\,L^p(0,\,\infty) \quad (p>1)$	$\int_0^\infty \lvert\sigma(r,\,t)\rvert^p\,dt<M \quad (0\leqq r<1)$	*b*
$f(t)$ bornée dans $(0,\,\infty)$	$\lvert\sigma(r,\,t)\rvert<M \quad (0\leqq r<1)$	*c*
$\alpha(t)$ à variation bornée dans $(0,\,\infty)$	$\int_0^\infty \lvert\sigma(r,\,t)\rvert\,dt<M \quad (0\leqq r<1)$	*d*
$\alpha(t)$ à variation bornée et continue dans $(0,\,\infty)$	*d* et, en outre, $\lim\limits_{r\to 1}2(\pi t)^{\frac{1}{2}}(1-r)^{\frac{1}{2}}\sigma(r,\,t)=0$	*e*
$\alpha(t)$ non décroissante et bornée dans $(0,\,\infty)$	*d* et, en outre, $\sigma(r,\,t)\geqq 0 \quad (0\leqq r<1)$	*f*

Ces conditions découlent de certains théorèmes généraux sur les déve-

loppements orthogonaux [1], en tenant compte de la propriété suivante du noyau positif $K(r, x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\left(\frac{x+t}{2}\right)} L_n(x) L_n(t) r^n$:

$$(3)\qquad \int_0^\infty K(r, x, t)\, dt = \frac{2}{1+r} e^{-\frac{x}{2}\left(\frac{1-r}{1+r}\right)}.$$

II. Soit maintenant une fonction analytique réelle $F(x)$. Calculons ses dérivées $F^{(n)}(x)$ dans le point $x = 1/2$, et formons successivement les expressions

$$(4)\qquad a_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{F^{(k)}\left(\frac{1}{2}\right)}{k!}, \qquad \sigma(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{-\frac{t}{2}} L_n(t) r^n.$$

Avec cette signification de $\sigma(r, t)$, on peut démontrer que *les conditions qui figurent dans le tableau antérieur sont nécessaires et suffisantes pour que* $F(x)$ *soit une intégrale de Laplace* $F(x) = \int_0^\infty e^{-xt} f(t)\, dt$ (cas a, b, c), *ou bien une intégrale de Laplace-Stieltjes* $F(x) = \int_0^\infty e^{-xt}\, d\alpha(t)$ (cas d, e, f). On a aussi les formules d'inversion

$$(5)\qquad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{f(t+0)+f(t-0)}{2} = \lim\limits_{r \to 1} \sigma(r, t) \quad (\text{cas } a, b, c), \\ \alpha(t) = \lim\limits_{r \to 1} \displaystyle\int_0^t \sigma(r, x)\, dx, \\ \text{en supposant } \alpha(t) \text{ préalablement normalisée :} \\ \alpha(t) = \dfrac{\alpha(t+0)+\alpha(t-0)}{2}, \quad \alpha(0) = 0. \end{array} \right.$$

Pour le cas que l'intégrale de Laplace-Stieltjes se réduise à une série de Dirichlet

$$\int_0^\infty e^{-xt}\, d\alpha(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{-\lambda_n x},$$

on a la formule

$$c_n = \lim_{r \to 1} 2(\pi\lambda_n)^{\frac{1}{2}} (1-r)^{\frac{4}{2}} \sigma(r, \lambda_n) \quad [2].$$

---

(1) KACZMARZ-STEINHAUS, *Theorie der Ortogonalreihen*, p. 215.

(2) Cette formule et la condition e sont étroitement liées à certains résultats de M. Kogbetliantz (*Trans. Am. Math. Soc.*, 38, 1935, p. 10-47).

III. On voit donc que le problème de la représentation des fonctions par des intégrales de Laplace est équivalent au problème des *classes* pour les séries de fonctions de Laguerre. Cela était, d'ailleurs, facile à prévoir. En effet, le premier problème est le corrélatif continu du *problème des moments* pour l'intervalle (o, 1). Or, ce dernier a été résolu par M. Hausdorff ([3]) en le réduisant au problème des classes pour les séries de polynomes de Legendre.

Remarquons aussi que, d'après un théorème connu de M. S. Bernstein ([4]), notre condition (f) doit être équivalente à la monotonie absolue de $F(x)$. On trouvera tous les moyens pour démontrer cette équivalence dans un Mémoire remarquable de M. Widder ([5]).

La démonstration des théorèmes énoncés dans cette Note sera publiée dans un prochain travail.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une fonction continue et essentiellement croissante.* Note ([1]) de M. **Isaie Maximoff**, présentée par M. Paul Montel.

Nous posons le problème suivant : une fonction mesurable B quelconque $f(x)$ étant donnée, il nous faut construire une fonction continue et essentiellement croissante

$$x = \varphi(t) \qquad [\varphi(0) = 0,\ \varphi(1) = 1],$$

telle que la fonction $f[\varphi(t)]$ soit sommable, au sens de M. Henri Lebesgue, sur le segment $[0 \leqq t \leqq 1]$.

Pour le résoudre, nous introduisons les notations suivantes :

Chemin parfait. — Convenons de dire qu'une fonction quelconque $f(x)$ possède en un point quelconque x_0 du segment $[0 \leqq x \leqq 1)]$ un *chemin parfait* $\mathfrak{P}$, s'il existe un ensemble parfait $\mathfrak{P}$ ayant le point x_0 pour point de seconde espèce et tel que $f(x)$ est continue au point x_0 relativement à $\mathfrak{P}$.

([3]) *Math. Zeitschrift*, 16, 1923, p. 221-248.
([4]) *Acta Mathematica*, 52, 1928, p. 1-66.
([5]) *Duke Math. Journal*, 1, 1935, p. 126-136.

([1]) Séance du 3 novembre 1937.

Fonction partiellement continue. — Une fonction $f(x)$ est dite *partiellement continue* en un point quelconque x_0, lorsqu'elle possède en ce point un chemin parfait. Une fonction $f(x)$ n'ayant aucun chemin parfait au point x_0 est appelée *totalement discontinue* en ce point.

Dans mon article, *Sur les fonctions ayant la propriété de Darboux* [2], j'ai démontré le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Si $f(x)$ entre dans la classification de Baire, l'ensemble Ξ de tous les points de discontinuité totale de $f(x)$ est nécessairement ou bien dénombrable, ou bien fini, ou bien nul.*

Maintenant, désignons par Φ l'ensemble $\{[0 \leqq x \leqq 1] - \Xi\}$ et par E_y où $y > 0$ l'ensemble de tous les points appartenant à Φ et satisfaisant à la condition $|f(x)| < y$. On peut écrire la formule $E_y = \lim_{n=\infty} \mathfrak{P}_y^{(n)} + \mathfrak{N}_y$, où $\mathfrak{P}_y^{(n)}$ est un ensemble parfait, $\mathfrak{P}_y^{(n)} < E_y$ et $\mathfrak{N}_y$ est un ensemble de mesure nulle.

Prenons une suite de nombres positifs y_n $[n = 1, 2, 3, \ldots]$ tels que, en premier lieu, $y_1 < y_2 < \ldots$, $\lim_{n=\infty} y_n = +\infty$; en second lieu, chacun des ensembles $E_{y_{n+1}} - E_{y_n}$ est non dénombrable.

On peut démontrer sans peine le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Tout point de l'ensemble $E_a (a > 0)$ est un point de seconde espèce d'un ensemble parfait contenu dans $E_b (b \geqq a)$.*

Voici la conséquence immédiate de ce théorème :

THÉORÈME. — *Une fonction mesurable B quelconque $f(x)$ étant donnée, on peut construire une suite d'ensembles parfaits $\mathfrak{P}_{y_n}$ $[n = 1, 2, 3, \ldots]$ tels que, en premier lieu, tout point de $\mathfrak{P}_{y_n}$ est un point de seconde espèce de $\mathfrak{P}_{y_{n+1}}$ et, en outre, $\mathfrak{P}_{y_n}$ est contenu dans E_{y_n}; en second lieu, $[0 \leqq x \leqq 1] = \lim_{n=\infty} \mathfrak{P}_{y_n} + \mathfrak{N}$, où $\mathfrak{N}$ est de mesure nulle.*

Pour trouver notre fonction $x = \varphi(t)$, nous procédons de la manière suivante :

1° Construisons sur $[0 \leqq x \leqq 1]$ un système d'ensembles parfaits non denses Q_{y_n}, tels que, en premier lieu, $Q_{y_n} < Q_{y_{n+1}}$, $Q_{y_n} < \mathfrak{P}_{y_n}$; en second lieu, tout point de Q_{y_n} est un point de seconde espèce de $Q_{y_{n+1}}$; en troisième lieu, si l_n est la longueur du plus grand des intervalles enlevés de $\mathfrak{P}_{y_n}$ pour obtenir Q_{y_n}, on a $l_n < 1/n$.

2° Construisons sur $[0 \leqq t \leqq 1]$ un système d'ensembles parfaits non denses $\overline{Q}_{y_n}$ tels que, en premier lieu, $\overline{Q}_{y_n} < \overline{Q}_{y_{n+1}}$ et tout point de $\overline{Q}_{y_n}$ est un

(2) *Prace Mat.-Fiz.*, 43, 1935, p. 244

point de seconde espèce de $Q_{y_{n-1}}$; en second lieu, la mesure de $\overline{Q}_{y_n}$ est supérieure au nombre $1-\varepsilon_n$, ε_n étant un nombre positif tel que l'on ait

$$1 > \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3 > \ldots > 0, \qquad \lim_{n=\infty} (\varepsilon_n + \varepsilon_{n+1} + \varepsilon_{n+2} + \ldots) = 0.$$

3° Contruisons une fonction continue et essentiellement croissante

$$x = \varphi_n(t) \; [\varphi_n(0) = 0, \; \varphi_n(1) = 1]$$

transformant Q_{y_n} en l'ensemble $\overline{Q}_{y_n}$.

Enfin, en passant à la limite, on obtient $\varphi(t) = \lim_{n=\infty} \varphi_n(t)$.

MÉCANIQUE QUANTIQUE. — *Sur la mécanique quantique des systèmes de particules électrisées.* Note de M. **Jacques Solomon**, transmise par M. Paul Langevin.

Plaçons-nous tout d'abord dans le domaine de la mécanique quantique non relativiste. Soient N particules électrisées de masse m, de charge e, de coordonnées (x_i, y_i, z_i) et de quantités de mouvement $(p_{x_i}, p_{y_i}, p_{z_i})$. Dans ces conditions, le principe de correspondance conduit à mettre à la base de la mécanique quantique du système considéré les relations

$$(1) \qquad [x_i, p_{x_j}] = \delta_{ij}, \qquad [p_{x_i}, p_{x_j}] = 0, \qquad [x_i, x_j] = 0.$$

La commutabilité de x_i et x_j, par exemple, signifie simplement que, quelle que soit l'importance de l'interaction entre les deux particules, l'observation de la position de l'une ne modifie en rien l'observabilité *simultanée* de l'autre particule.

D'autre part, les coordonnées X, Y, Z du centre de gravité et sa quantité de mouvement étant définies par

$$\mathrm{NX} = \sum_1^{\mathrm{N}} x_i, \quad \ldots; \qquad \mathrm{P}_x = \sum_1^{\mathrm{N}} p_{x_i}, \quad \ldots,$$

on a immédiatement, à partir de (1),

$$(2) \qquad [\mathrm{X}, \mathrm{P}_x] = 1.$$

Par conséquent la mécanique quantique du centre de gravité ne se différencie en rien de la mécanique quantique habituelle. En particulier les relations d'incertitude entre les mesures de la position et de la quantité

de mouvement du centre de gravité sont, comme le montre la relation (2), les mêmes que pour une particule électrisée isolée ([1]).

Faisons, en effet, tomber de la lumière sur notre système et observons la lumière diffusée dans la direction x. En combinant les principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, on obtient ([2])

$$P_X = \frac{mc}{2n\nu_0} \sum_i (\nu'_i - \nu''_i),$$

où ν_0 est la fréquence moyenne de la radiation incidente, ν' et ν'' indiquent les fréquences des radiations incidente et diffusée par la particule i, n le nombre de photons tombant sur chaque particule. Il suffira donc d'examiner le spectre avant la diffusion et après pour en déduire la détermination de P_X. On voit dès lors, sans peine, par application du raisonnement habituel ([3]) qui conduit au principe d'indétermination pour une particule isolée, que l'on tombe sur la formule

$$(3) \qquad \Delta X \, \Delta P_X \geqq \frac{h}{4\pi},$$

que l'on peut par ailleurs directement déduire de (2).

On a d'ailleurs

$$(4) \qquad \overline{(X - \overline{X})^2} = \frac{1}{N^2} \sum_i E[(x_i - \overline{x}_i)^2] + \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} E[(x_i - \overline{x}_i)(x_j - \overline{x}_j)],$$

où $E(\alpha)$ désigne l'espérance mathématique de la grandeur α. Le second terme est nul, quelle que soit l'interaction entre les particules. En effet

$$(5) \qquad E[(x_i - \overline{x}_i)(x_j - \overline{x}_j)] = E[x_i x_j - \overline{x}_i \overline{x}_j].$$

Comme d'après (1) les matrices x_i et x_j sont permutables, il s'ensuit qu'il existe une transformation canonique qui les ramène simultanément à la forme diagonale. Leur produit $x_i x_j$ a alors également la forme diagonale, chaque élément diagonal de $x_i x_j$ étant le produit des éléments diagonaux correspondants de x_i et de x_j. Par suite l'espérance mathématique (5), qui n'est autre que l'élément diagonal de la matrice $x_i x_j - \overline{x}_i \overline{x}_j$, est nulle.

Ceci n'implique pas que la corrélation entre les deux particules soit

---

([1]) J.-L. DESTOUCHES, *Journal de Physique*, **5**, 1934, p. 320; **6**, 1935, p. 329.

([2]) Cf. N. BOHR et C. ROSENFELD, *Kgl. dansk. Vid. Selskab.*, **12**, 1933, p. 8.

([3]) Par exemple W. HEISENBERG, *Die physikalische Prinzipien der Quantentheorie*, p. 20-21.

inexistante, mais montre que la notion de probabilité est ici employée de façon sensiblement différente du sens classique. On a vu en effet que notre démonstration repose sur la possibilité de mesurer *exactement* une coordonnée, ce qui est toujours possible en mécanique quantique.

Il est évident que dans le domaine relativiste, les considérations qui précèdent ne sont valables que pour autant que la fonction d'ondes peut être définie, c'est-à-dire si les mesures sont indépendantes, en d'autres termes si les instants t_i et t_j auxquels on effectue la mesure de la position des particules i et j satisfont à la condition

$$|t_i - t_j| < \frac{r_{ij}}{c},$$

condition qui ne peut être satisfaite que si les particules sont suffisamment éloignées.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les déplacements des nœuds et des apsides dans les systèmes planétaires.* Note de M. **Hervé Fabre**, présentée par M. Jean Chazy.

Les problèmes de la théorie des perturbations se ramènent à l'étude du mouvement d'un point matériel dans les champs dérivés des fonctions de forces du type $U = 1/r + \varepsilon\Omega(r, \theta, \varphi, t)$; r, rayon vecteur; θ, longitude dans le plan xOy; φ, latitude par rapport à ce plan; t, temps; $\varepsilon\Omega$, fonction perturbatrice, dont le coefficient ε, dépendant des masses troublantes, est regardé comme du premier ordre de petitesse dans les calculs d'approximations.

Or le mouvement de la ligne des apsides d'une orbite n'est déterminé avec une précision suffisante que si l'excentricité et l'inclinaison sont faibles (méthode de Lagrange pour le calcul des inégalités séculaires). La difficulté, quand l'inclinaison est quelconque, provient de la manière dont on a défini, jusqu'à présent, la position de la ligne des apsides, en faisant la somme de la longitude du nœud et de l'argument du périastre de l'ellipse osculatrice, celle-ci étant variable à chaque instant. La méthode suivante, que nous avons conçue pour le cas où les inégalités séculaires du premier ordre sont les seules sensibles, nous semble plus naturelle.

Admettons la présence d'une seule planète troublante, dont l'orbite keplérienne, décrite dans le plan xOy, soit circulaire. L'action de cette planète pouvant être remplacée par l'attraction d'un *anneau circulaire de*

Gauss, nous mettons les équations du mouvement sous la forme

(1) $$\frac{d^2\mu}{d\varphi^2}+(1+L)\mu=0$$

$$\left(\mu=\sin\varphi;\ L=-\frac{r^2}{G^2}\frac{\cos^2 i}{\sin\varphi\cos\varphi}\frac{\partial U}{\partial\varphi},\ \text{quantité de l'ordre de } \varepsilon \text{ et } >0\right),$$

(2) $$\frac{d^2s}{d\varphi^2}+\frac{1}{G}\frac{dG}{d\varphi}\frac{ds}{d\varphi}+s=\frac{1}{G^2}\frac{\partial U(s,\sin^2\varphi)}{\partial s}.$$

($s=1/r$; φ, *longitude dans le plan instantané mobile de Hansen*), et deux autres équations où interviennent s, φ, G, t. Il existe une constante des aires C et nous avons $C=G\cos i$ (i, inclinaison).

L'équation (1) permet d'établir la *rétrogradation des nœuds sur le plan de l'équateur*, car l'intervalle des valeurs de φ qui séparent deux zéros consécutifs de μ est inférieur à π et l'angle φ croît plus rapidement que l'angle θ.

Pour étudier le déplacement des apsides, *nous supposons que l'excentricité osculatrice est au moins aussi importante que* $\sqrt{\varepsilon}$, et nous appliquons à l'équation (2) la transformation $s=S+\sigma$, dans laquelle S est défini implicitement par

$$S=\frac{1}{G^2}\frac{\partial U(S,\sin^2\varphi)}{\partial S}.$$

Il vient

(3) $$\frac{d^2\sigma}{d\varphi^2}+(1-\Psi)\sigma=-\frac{d^2S}{d\varphi^2}-\frac{1}{G}\frac{dG}{d\varphi}\frac{ds}{d\varphi}$$

avec

$$\Psi=\frac{\frac{1}{G^2}\frac{\partial U}{\partial s}-S}{\sigma}$$

(Ψ est de l'ordre de ε; son expression est très aisée à obtenir dans les cas concrets). Les zéros de σ séparent les apsides successives, et il n'y a pas lieu de tenir compte du second membre de (3) dans la détermination de l'intervalle moyen en φ qui les sépare; c'est donc la fonction Ψ qui décide du déplacement direct ou rétrograde du périastre et qui permet d'évaluer approximativement sa vitesse angulaire moyenne. Cela dans le plan mobile de Hansen; il faut ensuite comparer les croissances de φ et de θ pour avoir un résultat définitif dans le système de référence $Oxyz$.

Nous montrons que la fonction Ψ est positive pour les inclinaisons ne dépassant pas une certaine limite; *de là découle le déplacement direct moyen de la ligne des apsides lorsque l'inclinaison de l'orbite est inférieure à une limite correspondante*. En prenant comme exemple $U=s+\varepsilon s^p(1-3\sin^2\varphi)$

(système de deux anneaux circulaires de Gauss attirant un point éloigné pour $p = 3$; masse centrale et anneau de Gauss de très grand rayon, pour $p = -2$), nous avons trouvé que le déplacement des apsides d'une orbite peu différente d'un cercle s'effectue, en moyenne, dans le sens direct, tant que l'inclinaison n'atteint pas $46° \, {}^3/_8$.

Nous avons établi que, dans les mouvements stables des champs de forces avec axe de révolution et équateur, les longitudes du nœud et du périastre sont exprimables. pendant un temps arbitrairement long mais fini, par des formules telles que

$$\omega = -\alpha t + \text{fonction quasi-périodique de } t \qquad (\alpha, \text{ constante} > 0),$$
$$\varpi = \beta t + \text{fonction quasi-périodique de } t \qquad (\beta, \text{ constante}),$$

chaque fonction quasi-périodique ayant deux fréquences fondamentales.

Des formules analogues, mais avec trois fréquences fondamentales, sont susceptibles d'être employées lorsqu'on remplace les anneaux circulaires de Gauss par des *anneaux elliptiques*. Nous avons examiné ce que deviennent, dans ce cas, les déplacements des nœuds et des apsides. *La rétrogradation des nœuds n'est plus continuelle, mais moyenne; quant à l'avance moyenne du périastre, elle a lieu si l'inclinaison n'est pas trop forte et si l'excentricité propre de la planète étudiée est supérieure au produit de l'excentricité de l'anneau perturbateur par un certain coefficient. Si cette dernière condition n'est pas remplie, le mouvement de la ligne des apsides, au lieu d'être une révolution, est une libration.*

VISCOSITÉ. — *Sur les tensions de radiation des ondes transversales d'inertie et de viscosité des liquides.* Note de M. **René Lucas**, transmise par M. Paul Langevin.

J'ai montré ici même (1) et dans un travail récent (2) que les ondes transversales d'inertie et de viscosité jouent un rôle important dans l'agitation thermique des liquides.

La présente Note a pour objet d'établir les valeurs des composantes des tensions de radiation développées par ces ondes lors de leur propagation. Le raisonnement suivi est analogue à celui utilisé par Léon Brillouin (3)

(1) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 773; **204**, 1937, p. 1631.
(2) *Journal de Physique*, 7e série, **8**, 1937, p. 410.
(3) *Ann. de l'École Norm. Sup.*, **38**, 1921, p. 418.

pour les tensions de radiation des ondes élastiques ou électromagnétiques.

Soit une enceinte de forme parallélépipédique de côtés l_1, l_2, l_3 (suivant les axes orthogonaux ox, oy, oz), l'enceinte renfermant un fluide doué de viscosité, en équilibre thermique, qui est le siège d'ondes stationnaires transversales non polarisées (parois parfaitement réfléchissantes).

Les fréquences propres ν de vibration d'un tel milieu sont données par la condition

$$\left(\frac{2\nu}{V_t}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{l_3}\right)^2,$$

n_1, n_2, n_3 nombres entiers, V_t vitesse de phase des ondes transversales.

Soit une dilatation adiabatique de ce volume suivant ox (l_1 variant de dl_1):

Lors de cette détente adiabatique la fréquence ν considérée va être modifiée de $d\nu$, la vitesse V_t de dV_t, en sorte que

$$\frac{V_t\,d\nu - \nu\,dV_t}{\nu V_t}\left(\frac{2\nu}{V_t}\right)^2 = -\left(\frac{n_1}{l_1}\right)^2 \frac{dl_1}{l_1},$$

ou encore

$$\frac{d\nu}{\nu} - \frac{dV_t}{V_t} = -\alpha^2 \frac{dl_1}{l_1}$$

(α cosinus directeur suivant ox de la normale à l'onde).

La vitesse $V_t = 2\sqrt{\pi\eta\nu/\rho}$ (ρ densité, η viscosité) varie pour trois raisons :

1° par suite de la variation $d\nu$ de la fréquence;

2° ρ varie de $d\rho$;

3° η varie de $d\eta$:

$$dV_t = \frac{\partial V_t}{\partial \nu} d\nu + \frac{\partial V_t}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial V_t}{\partial \eta} d\eta = \frac{\partial V_t}{\partial \nu} d\nu + \frac{dV_t}{d\rho} d\rho,$$

en posant

$$\frac{dV_t}{d\rho} = \frac{\partial V_t}{\partial \rho} + \frac{\partial V_t}{\partial \eta}\frac{d\eta}{d\rho},$$

dérivée prise à entropie et à fréquence constantes.

Par suite

$$\frac{d\nu}{\nu}\left(1 - \frac{\nu}{V_t}\frac{\partial V_t}{\partial \nu}\right) = \frac{dV_t}{d\rho}\frac{d\rho}{V_t} - \alpha^2 \frac{dl_1}{l_1};$$

or ρl_1 est constant et la quantité

$$1 - \frac{\nu}{V_t}\frac{\partial V_t}{\partial \nu} = \frac{V_t}{U_t} = \frac{1}{2}$$

pour ces ondes transversales (U_t vitesse de groupe). Comme, d'autre part,

suivant un théorème de Boltzmann, le rapport $\overline{E_{cin}}/\nu$ est constant pour une transformation adiabatique ($\overline{E_{cin}}$ énergie cinétique moyenne du système, c'est-à-dire énergie d'agitation due aux ondes transversales), on peut en déduire la force exercée suivant ox sur la paroi d'aire $l_2 l_3$.

En introduisant la densité d'énergie cinétique $\overline{\varepsilon_{cin}} = \overline{E_{cin}}/l_1 l_2 l_3$ et les cosinus directeurs α, β, γ de la normale à l'onde, on en déduit les composantes du tenseur des efforts dus aux ondes

$$\begin{vmatrix} -2\bar{\varepsilon}_{cin}\left(\alpha^2+\frac{\rho}{V_t}\frac{dV_t}{d\rho}\right) & 0 & 0 \\ 0 & -2\bar{\varepsilon}_{cin}\left(\beta^2+\frac{\rho}{V_t}\frac{dV_t}{d\rho}\right) & 0 \\ 0 & 0 & -2\bar{\varepsilon}_{cin}\left(\gamma^2+\frac{\rho}{V_t}\frac{dV_t}{d\rho}\right) \end{vmatrix}$$

Première application. — La théorie ([1]) des actions thermomécaniques exercée sur un flotteur opaque à la chaleur et immergé dans le liquide doit se faire en prenant la relation $\overrightarrow{\delta G} = 2/V_t \overrightarrow{\delta E}$ entre le flux de quantité de mouvement $\overrightarrow{\delta G}$ lié au flux d'énergie $\overrightarrow{\delta E}$ dû aux ondes transversales, au lieu de la relation $\overrightarrow{\delta G} = 1/V_l \overrightarrow{\delta E}$ pour les ondes élastiques longitudinales (vitesse de phase et d'énergie V_l).

Ceci conduit, dans le cas de l'eau, à une valeur théorique de Φ (grandeur introduite dans la théorie des actions thermomécaniques)

$$\Phi = 13,3.10^5 \text{ cm/sec},$$

au lieu de 26.10^5 primitivement calculée. La valeur expérimentale est 16.10^5 cm/sec environ, l'accord entre la théorie et l'expérience est satisfaisant.

Deuxième application. — Pour des ondes parfaitement diffusées

$$\overline{\alpha^2} = \overline{\beta^2} = \overline{\gamma^2} = \frac{1}{3}.$$

Il y a un terme complémentaire à la valeur de la pression exercée par les ondes thermiques longitudinales.

L'équation d'état du fluide proposée par P. Debye et par S. Ratnowsky

(1) E. Perrin et R. Lucas, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 960, et *Journal de Phys., loc. cit.*, p. 426.

doit être complétée par le terme de pression dirigée de l'intérieur du fluide vers l'extérieur

$$p = 2\bar{\varepsilon}_{\text{cin. tr.}}\left(\frac{1}{3} + \frac{\rho}{V_t}\frac{dV_t}{d\rho}\right).$$

CHALEUR. — *Contribution à l'étude d'une méthode pour la comparaison des chaleurs spécifiques des gaz aux températures plus élevées que la température ambiante.* Note de M. **Aurel Potop**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un tube métallique est placé selon l'axe d'une enceinte qui le porte par l'intermédiaire de deux manchons. Les manchons étant isolés électriquement (mais non thermiquement) de l'enceinte, un courant électrique de chauffage parcourt le tube seulement. La distribution du gradient thermique, ainsi réalisée le long de ce tube, devrait être symétrique par rapport à son milieu, origine des coordonnées. Le passage d'un gaz à l'intérieur du tube perturbe la symétrie, et une différence de température θ apparaît entre les abscisses x et $-x$. Si l'écoulement du gaz est laminaire, on a, moyennant certaines approximations, $\theta = c_1\alpha + c_3\alpha^3$.

α est le quotient de la capacité calorifique du débit gazeux, par le double du produit de la conductibilité thermique par la section annulaire du tube; c_1 et c_3, des coefficients dépendant, le premier, des constantes du tube, le deuxième, de ces constantes et aussi de celles du gaz. Pour de faibles débits, θ est sensiblement proportionnel à α. Les chaleurs spécifiques de deux gaz qui traverseraient successivement le tube, avec le même débit, peuvent être ainsi comparées, connaissant les θ respectifs.

Si la conductibilité thermique du tube, aux points x et $-x$, était facilement mesurable, on déterminerait les chaleurs spécifiques, en valeur absolue. Cette ingénieuse méthode, simple en apparence, est due à P. S. Blackett, P. S. Henry et E. K. Rideal (¹). P. S. Henry (²) l'a perfectionnée et appliquée jusqu'à 370°C.

Notre but était d'effectuer des mesures à des températures plus hautes. Dans cette Note sont mentionnées notre technique, nos observations et les difficultés rencontrées dans ce domaine de températures.

L'appareil est un tube de platine (diamètre extérieur : $2^{\text{mm}},02$; intérieur :

(¹) *Proc. Roy. Soc.*, A, **126**, 1929, p. 319.
(²) *Proc. Roy. Soc.*, A, **133**, 1931, p. 492.

1mm,06; longueur 210mm), placé dans une enceinte de duralumin. La convection naturelle étant bien définie (3) du moins jusqu'à 100°C., la distance tube-enceinte a été prévue de 15mm. Les constantes physiques du tube ont été déterminées au préalable, la conductibilité thermique, avec la méthode de P. Vernotte (4); celle de Procopiu (5) nous a donné le même résultat.

Les procédés optiques, très intéressants pour une mesure de température à distance, étant actuellement d'une sensibilité qui s'est avérée insuffisante, nous avons employé, pour la mesure de θ, des couples thermoélectriques fins ($d = 0^{mm},06$), en platine et platine rhodié à 10 pour 100. Une soudure, opération difficile, a été effectuée en chauffant électriquement une petite portion du tube, autour du point désigné, jusqu'à obtenir l'adhérence du fil du couple.

Ayant remarqué l'existence de forces électromotrices entre Pt(fil) et Pt(tube), et désireux de n'être gêné en aucune manière par le courant de chauffage, nous avons employé des couples indépendants (deux fils soudés individuellement en chaque point), leurs f. e. m. ont été mesurées avec un potentiomètre donnant directement le microvolt.

Le dispositif de chauffage se composait d'un groupe moteur synchrone-alternateur. Une batterie d'accumulateurs au plomb, de grande capacité, servait *seulement* à l'excitation de l'alternateur, dont les contacts aux balais étaient très surveillés. Nous avons obtenu ainsi le meilleur régime permanent de nos essais (0°,1 de variation en deux heures).

Pour l'écoulement du gaz à débit constant, nous avons retenu le dispositif d'André Fortier (6). Il est fondé sur les formules de Saint-Venant et Wanzel relatives à l'écoulement des fluides par un orifice. La membrane du dispositif, maintenue à température invariable par de la glace fondante, doit être étalonnée. Pour changer le débit, il faut changer de membrane. Le passage du gaz par un serpentin plongeant dans l'air liquide, le purifiait de la vapeur d'eau et du gaz carbonique.

Dans ces conditions, l'appareil étant horizontal, voici ce que nous avons constaté :

a. A la température d'environ 600° C., une instabilité, constatée au gal-

(3) Aurel Potop, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1847.
(4) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 844.
(5) *Ann. de Phys.*, 9e série, 9, 1918, p. 105.
(6) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1330.

vanomètre, vient troubler le régime permanent de chauffage du tube, même en l'absence de courant gazeux;

b. Il faut opérer toujours avec des débits très faibles, et rester très loin du nombre critique de Reynolds : tout d'abord parce que la formule ne s'appliquerait pas au delà de ce nombre, et, ensuite, pour que la distribution d'équilibre de la température ait le temps de s'établir sensiblement dans la masse du gaz;

c. Il faut prêter grande attention aux défauts géométriques du tube, qui est, en général, *conique*, et non cylindrique;

d. Aux températures plus élevées, la dilatation oblige le tube à prendre une flèche, quand les contacts avec les manchons sont fixes. Si ces contacts sont glissants, le milieu du tube se déplace, en général, avec la température, et la disposition initiale des couples devient dissymétrique. De plus, les contacts glissants sont toujours de mauvais contacts, en électricité comme en chaleur; et ils peuvent être eux-mêmes causes de dissymétrie, et peut-être même d'instabilité, dans le problème actuel.

Dans ces premières expériences, et à ces températures, il nous a été impossible d'éliminer la dissymétrie, et nos résultats expérimentaux ne peuvent être interprétés avec la théorie citée ci-dessus, qui suppose expressément la symétrie de la distribution de température réalisée en l'absence de courant gazeux.

IONISATION. — *Sur l'état d'équilibre entre gros ions et petits ions dans un gaz.* Note de MM. **Ouang Te-Tchao** et **André Langevin**, transmise par M. Paul Langevin.

Depuis l'époque où M. Paul Langevin [1] a donné la théorie de la formation des gros ions dans un gaz, par suite de la présence simultanée de particules en suspension et de petits ions, cette question a fait l'objet de nombreuses recherches, mais jusqu'ici il n'avait pas été fait de vérification quantitative précise. Nous exposerons plus loin les vérifications expérimentales que nous avons faites de cette théorie.

Supposons que le gaz contienne M particules en suspension par centimètre cube, et que, à l'aide d'une source radioactive de radium F, on ait fait apparaître des petits ions positifs et négatifs, de concentrations respec-

[1] *Le Radium*, 4, 1907, p. 218.

tives p et n par centimètre cube. Dans ce mélange, d'après M. Paul Langevin, il existe une action mutuelle entre les particules neutres et les petits ions, par suite de l'effet d'influence électrique. Cette action tend à précipiter les petits ions sur ces particules, donc à transformer celles-ci en gros ions. Au bout d'un certain temps, le nombre de gros ions positifs P (ou négatifs N) formés devient égal au nombre des gros ions positifs (ou négatifs) qui disparaissent spontanément par suite de la recombinaison, soit avec un petit, soit avec un gros ion de signe contraire, pour se transformer en particules neutres. Un état d'équilibre est alors atteint.

L'augmentation du nombre P sera

$$dP = \alpha[M - (P + N)]p,$$

α étant un coefficient d'absorption des petits ions par les particules neutres.

Pour la diminution de P, on aura de même

$$dP = \beta P n + \gamma P N,$$

β et γ étant les coefficients de recombinaison entre P, n et P, N. Négligeons γPN par rapport au terme $\beta P n$, en raison de la faible mobilité des gros ions, et faisons $p = n$, ce qui est légitime si l'intensité d'ionisation est suffisamment grande, c'est-à-dire si la concentration en particules neutres est faible par rapport au nombre des petits ions; on aura donc, à l'équilibre, les relations

$$P = \frac{\alpha}{\beta}[M - (P + N)] \tag{1}$$

et

$$N = \frac{\alpha'}{\beta'}[M - (P + N)]. \tag{2}$$

En conséquence :

1° Une proportion déterminée des particules en suspension reste à l'état neutre, c'est-à-dire que P/M et N/M resteront constants à partir du moment où l'équilibre est atteint.

2° Le rapport de P à N est également bien déterminé. En effet,

$$\frac{P}{N} = \frac{\alpha\beta'}{\alpha'\beta}, \tag{3}$$

et, en admettant la proportionnalité des coefficients β, β' à la somme des mobilités [2] des ions qui se combinent, et de α, α' aux coefficients de

[2] P. Langevin, *Ann. Chim. Phys.*, 28, 1903, p. 433.

diffusion des ions (puisque les coefficients de diffusion sont proportionnels aux mobilités α, α', par suite sont proportionnels aux mobilités), cette relation peut s'écrire

$$\frac{P}{N}=\frac{(k_1+k)k_1}{(k_2+k)k_2},$$

k_1, k_2 étant les mobilités des petits ions positifs et négatifs; k, mobilité des gros ions. Comme k est négligeable devant k_1 et k_2, on a

$$\frac{P}{N}=\frac{k_1^2}{k_2^2};$$

puisque k_2 est légèrement supérieur à k_1, il y aura un excès de gros ions négatifs.

3° La valeur d'équilibre ne dépend pas de la présence des particules chargées antérieurement.

4° Au moment de l'équilibre, la proportion d'ions est indépendante de l'intensité ionisante quand cette dernière devient considérable. Elle dépend seulement de la grosseur des particules présentes dans le gaz.

Résultats expérimentaux. — Nous avons pu vérifier les conséquences théoriques 1°, 2° et 3° par une méthode directe. Disposant d'une source de fumée de concentration constante et homogène, nous avons fait circuler le gaz chargé de fumée dans un condensateur de mesure ([3]) après passage dans une chambre d'ionisation. Nous avons mesuré le courant d'ionisation en fonction de la tension appliquée sur le condensateur jusqu'à la saturation. Le débit de fumée utilisé est choisi de telle façon que les gaz séjournent assez longtemps dans la chambre d'ionisation pour que l'état d'équilibre soit atteint.

En pratique, avec un débit de $30\,cm^3/sec$ de gaz chargé de fumée, le courant de saturation est égal à 15.10^{-12} ampère, ce qui conduit pour P à la valeur 3.10^6; d'autre part, M a été mesurée par une méthode de numération ([3]) et l'on a trouvé dans les mêmes conditions $M=4.10^7$, d'où l'on déduit

$$\frac{P}{M}=\frac{3.10^6}{4.10^7}=\frac{1}{13}\text{ environ.}$$

Dans toutes les mesures, nous avons trouvé pour N un nombre supérieur à P et pratiquement $N/P=1,4$.

([3]) OUANG TE-TCHAO, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 855.

MAGNÉTISME. — *Sur les propriétés magnétiques des mercuriiodures.* Note de M. **Fernand Gallais**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour déterminer l'importance éventuelle de ce facteur dans les anomalies magnétooptiques que présentent les mercuriiodures solubles (1), j'ai été amené à préciser les constantes magnétiques de ces substances.

P. Pascal, en effet, a indiqué que ces sels pouvaient être paramagnétiques (2), et j'ai signalé également une dépréciation du diamagnétisme du mercuritétraiodure d'argent qui, si l'on convenait de la faire porter tout entière sur le mercure, conduirait à attribuer à cet élément, dans ce composé, un paramagnétisme d'ailleurs très faible (3).

I. Mes mesures ont été effectuées par la méthode de G. Dupouy et Ch. Haenny (4). Dans cette méthode, qui dérive de celle du cylindre de Gouy, on détermine la force qui s'exerce sur une baguette inaltérable plongée dans le liquide pur ou la solution à étudier, lorsqu'une de ses bases est placée dans un champ uniforme, l'autre se trouvant dans un champ beaucoup plus faible. On en déduit la susceptibilité magnétique apparente de la baguette par rapport au liquide, et par suite, la susceptibilité du liquide dès que l'on connaît celle de la baguette.

J'ai utilisé une baguette cylindrique en flint léger ($d = 25^{mm}$; $l = 180^{mm}$) dont j'ai mesuré la susceptibilité par rapport à l'eau et à l'air sec. En adoptant pour la susceptibilité de l'eau à 20° la valeur

$$\varkappa = -0,718_8.10^{-6} \quad \text{(Piccard et Devaux)},$$

et pour celle de l'air à 20° la valeur

$$\varkappa = +0,029.10^{-6} \quad \text{(Piccard)},$$

la susceptibilité de la baguette était à la même température

$$\varkappa = -1,023.10^{-6}.$$

Placée dans le champ du Grand Electro-aimant de l'Académie des Sciences à Bellevue (pièces polaires cylindriques de 60^{mm} de diamètre; entrefer $49^{mm},4$; $i = 400$ ampères; $H \approx 36000$ gauss), cette baguette subissait une poussée magnétique de $0^{g},800$ aisément mesurée à $0^{mg},5$ près.

(1) F. Gallais, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 836; **202**, 1936, p. 54.
(2) *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, **16**, 1909, p. 558.
(3) F. Gallais, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 1390.
(4) *Journ. de Physique*, **7**, 1936, p. 23.

Grâce à ce dispositif expérimental, j'ai été à même d'étudier des solutions suffisamment diluées pour qu'on puisse considérer les complexes qu'elles renfermaient comme ionisés.

Pour calculer les coefficients d'aimantation χ des sels dissous, j'ai utilisé la formule additive classique

$$\varkappa_S = p\chi + (D_S - p)\chi_s,$$

p étant le poids de sel dissous dans 1^{cm^3} de la solution ; $\varkappa_S$, D_S la susceptibilité et la densité de la solution ; χ_s le coefficient d'aimantation du solvant.

II. Mes mesures ont porté :

1° sur deux solutions pures de mercuritétraiodure de potassium HgI^4K^2 dans l'alcool à 20°, et sur une solution aqueuse du même sel renfermant le léger excès d'iodure alcalin nécessaire au maintien de l'équilibre chimique;

2° sur une solution pure, dans l'alcool à 20° du mercuritétraiodure de sodium HgI^4Na^2;

3° sur une solution dans l'acétone anhydre du sel cristallisé HgI^2, KI, H^2O.

Dans tous les cas la teneur en mercure a été vérifiée par électrolyse.

Le tableau ci-dessous donne, pour ces différents sels, le titre des solutions exprimé en molarité; leur susceptibilité magnétique et les coefficients d'aimantation moléculaire des sels dissous. Dans une dernière colonne figurent les valeurs de ces coefficients telles qu'on peut les calculer par additivité à partir des valeurs relatives à HgI^2, KI et H^2O.

Pour l'iodure de potassium, j'ai adopté la valeur $\chi_m = -67,1$ que j'ai obtenue personnellement; suivant que l'on admet alors pour l'iodure mercurique telle ou telle des valeurs proposées par différents auteurs, les résultats varient dans d'assez larges proportions. J'ai indiqué seulement les valeurs extrêmes que l'on peut obtenir en prenant pour HgI^2 $\chi_m = -117$ (Pascal) ou $\chi_m = -134$ (Kido).

			$10^6\chi_m$	
	τ.	$10^6\varkappa$.	trouvé.	calculé.
HgI^4K^2 :				
Solution aqueuse..........	0,0852	−0,731	−261	de −251 à −268
» dans l'alcool à 20°.	0,0982	−0,718	−271	
» dans l'alcool à 20°.	0,519	−0,780	−274	
HgI^4Na^2 :				
Solution dans l'alcool à 20°.	0,0979	−0,718	−246	de −238 à −255
HgI^3K, H^2O :				
Solution dans l'acétone	0,108	−0,474	−223	de −197 à −214

Étant donné la faible concentration des solutions, les valeurs expéri-

mentales des coefficients d'aimantation peuvent difficilement être connues avec une erreur relative inférieure à 3 pour 100; on voit que celles-ci diffèrent fort peu des valeurs calculées. *Le mercure conserve donc, dans les mercuriiodures, son diamagnétisme habituel.* Ainsi disparaît un exemple exceptionnel d'un métal diamagnétique devenant paramagnétique dans ses combinaisons complexes [5]. Un tel comportement s'expliquerait d'ailleurs mal en partant des théories modernes (Welo, Baudisch), le mercure ayant, dans l'ion $[HgI^4]^{--}$ en particulier, le nombre atomique effectif d'un gaz rare (Em = 86).

SPECTROSCOPIE. — *Sur une nouvelle méthode pour l'obtention des spectres de métaux.* Note [1] de MM. **Henri Muraour** et **Albert Michel-Lévy**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons montré [2] que, par rencontre d'ondes de choc puissantes dans de l'argon contenant en suspension des métaux ou des composés métalliques, à l'état finement divisé ou sous forme de vapeur, il était possible d'obtenir des spectres qui ne sont ni des spectres de flamme. ni même des spectres d'arc, mais qui renferment de nombreuses raies d'étincelle.

Ces spectres présentent un intérêt particulier car ils sont obtenus en utilisant un phénomène thermique sans intervention d'un champ électrique extérieur.

Dans la présente Note nous nous proposons de décrire une méthode un peu différente pour l'obtention des spectres métalliques de haute température. Comme dans la première méthode, on opère dans l'argon et avec le dispositif antérieurement décrit (rigole circulaire creusée dans un bloc de laiton) [3]. Mais une mince feuille (épaisseur $0^{mm},02$) du métal dont on veut obtenir le spectre est appliquée, à l'aide d'une légère couche de vaseline, sur le bloc de laiton. Elle oblitère la rigole circulaire et se trouve ainsi placée à une très faible hauteur, environ 1^{mm}, au-dessus de

(5) M. Pascal m'a d'ailleurs autorisé à dire que les conditions expérimentales défavorables dans lesquelles ses premières mesures étaient effectuées ne permettaient pas d'en attendre une grande précision.

(1) Séance du 22 novembre 1937.

(2) *Journal de Physique*, 7e série, 8, 1937, p. 330.

(3) *Journal de Physique*, 7e série, 6, 1935, p. 496.

la surface de l'explosif. On vise avec le spectrographe un point situé à environ 5^cm au-dessus de la surface du bloc de laiton.

Nous reproduisons ici le spectre de l'aluminium obtenu par cette méthode. On y remarquera en absorption, les raies de l'aluminium non

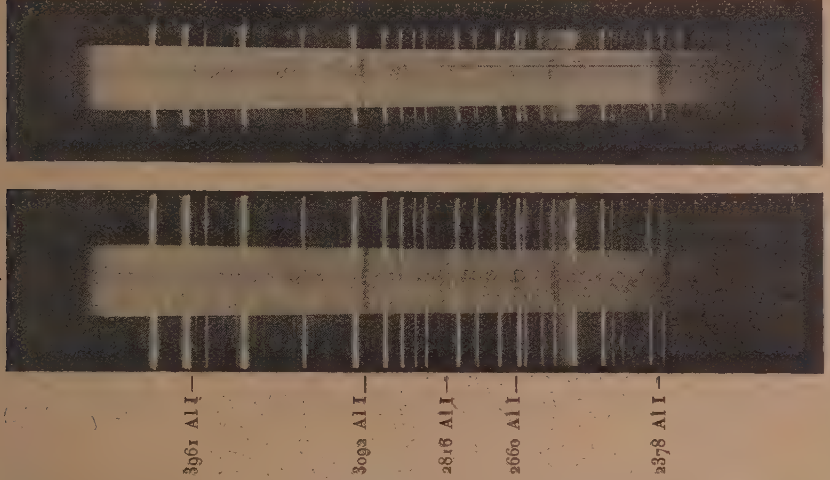


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 1 et 2. — Spectre de référence : arc au mercure.

ionisé et en émission, la raie 2816 de l'aluminium une fois ionisé. Fait remarquable, ce spectre est identique à celui que l'on obtient en faisant passer dans un mince fil d'aluminium, pour le vaporiser, la décharge d'un condensateur puissant, le fil étant placé dans une fente creusée dans un bloc de bois (méthode du fil explosé d'Anderson) ([1]).

Le spectre que nous reproduisons (*fig.* 2), a été obtenu par cette dernière méthode, mais en opérant comme pour le spectre n° 1 dans une atmosphère d'argon. On remarquera l'identité de ces deux spectres.

Des résultats analogues peuvent être obtenus en opérant avec d'autres métaux.

La pulvérisation d'un métal au contact d'un explosif puissant permet donc d'obtenir des spectres de haute température étroitement apparentés aux spectres d'Anderson.

([1]) Un spectre du même type a été obtenu par L. et E. Bloch en faisant éclater sous l'eau une puissante étincelle entre deux électrodes d'aluminium (*Journal de Physique*, 3, 1922, p. 309).

SPECTROSCOPIE. — *Remarque sur une interprétation possible des bandes de l'ozone.* Note de M. L. **Herman** et Mme **Herman-Montagne**, présentée par M. Charles Fabry.

I. London a montré que, pour les molécules triatomiques symétriques, le potentiel dû à l'énergie du système s'exprime linéairement en fonction des énergies des constituants ([1]). On doit donc pouvoir, dans ce cas, exprimer l'énergie du système comme une fonction linéaire des énergies des trois systèmes isolés formés par chacune des trois molécules diatomiques. Cette méthode est analogue à celle employée par Ellis et Kneser pour interpréter le spectre d'absorption de la molécule $(O_2)_2$ à l'aide des fréquences électroniques de la molécule O_2 ([2]). Ainsi, les spectres des molécules O_2 et $(O_2)_2$ s'expriment par les passages $(m+n)^3\Sigma \rightarrow n^1\Sigma + m^2\Delta$, où $m+n=1$ dans le cas de la molécule O_2 et $m+n=2$ dans le cas de la molécule $(O_2)_2$, m et n étant des nombres entiers. Nous avons essayé de généraliser cette méthode pour interpréter le spectre d'absorption de la molécule O_3. En tenant compte de la symétrie de triangle isoscèle présentée par la molécule O_3, les niveaux d'énergie supérieurs de cette molécule pourraient être représentés par les combinaisons indiquées dans le tableau suivant, le niveau inférieur étant toujours $3\times{}^3\Sigma$.

Tableau.

Passage $3\times{}^3\Sigma\rightarrow$	$\nu_{\text{électr.}}(\nu_e)_{\text{calc.}}$ cm^{-1}	λ calculé. Å	Bandes observées (ou prédites).
$2\times{}^3\Sigma+{}^1\Delta$...	7930	12610	Superposées aux bandes atmosphériques de l'oxygène.
$2\times{}^3\Sigma+{}^1\Sigma$...	13072	7650	
$2\times{}^1\Sigma+{}^3\Sigma$...	26144	3824	ν_e de la bande de Chalonge et Mme Lefèvre ?
$2\times{}^1\Sigma+{}^1\Sigma$...	39216	2549	Bande de Hortby : maximum 2553.
$2\times{}^1\Sigma+{}^1\Delta$...	34074	2934	Superposée à la bande de Hortby (inconnue).
$2\times{}^1\Delta+{}^3\Sigma$...	15860	6304	Limite de la bande de Chappuis.
$2\times{}^1\Delta+{}^1\Sigma$...	28932	3455	$\nu_{\text{électr.}}$ des bandes de Huggins.
$2\times{}^1\Delta+{}^1\Delta$...	23790	4202	Inconnue ?
$2\times{}^1\Sigma-{}^1\Delta$...	18214	5489	Bande de Chappuis (composante).
$2\times{}^1\Delta-{}^1\Sigma$...	2788	3µ,59	3µ,57 bande infrarouge (Nettner, Pohlmann et Schumacher).

([1]) London, *Zeitschr. für Physik*, 50, 1928, p. 28; Eyring et Polanyi, *Zeitschr. für Phys. Chemie*, 12 B, 1931, p. 279.

([2]) Ellis et Kneser, *Zeitschr. für Physik*, 86, 1933, p. 583.

II. 1° *Bande de Hartley*. — Le niveau supérieur correspondant à cette bande est $3\,{}^1\Sigma$ (ν_e correspondant au maximum de la bande). Cette bande ressemble à celles des molécules dites de Van der Waals. La distance entre le maximum et la limite de cette bande vers les courtes longueurs d'onde est égale à l'énergie de dissociation de O_3 en O_2 et O (soit K cal. environ). D'après notre tableau, il doit se superposer à la bande de Hartley une autre bande de niveau supérieur $2 \times {}^1\Sigma + {}^1\Delta$, dont ν_e correspondrait à à 2934 Å.

2° *Bande de Huggins*. — Le niveau supérieur correspondant est $2 \times {}^1\Delta + {}^1\Sigma$. Il correspond à la limite du côté des grandes longueurs d'onde (3455 Å). Cette bande se prolonge vers les courtes longueurs d'onde et se superpose à la bande de Hartley. La limite de cette bande semble être indiquée par un abaissement du coefficient d'absorption de la bande de Hartley vers 2400 Å. Cette longueur d'onde correspond à une énergie voisine de l'énergie de dissociation de la molécule O_2 en deux atomes $O\,{}^3P$. D'après notre tableau, il doit se superposer à la bande de Huggins deux bandes correspondant à des niveaux supérieurs $3\,{}^1\Delta$ (ν_e correspondant à $\lambda = 4202$ Å) et ${}^3\Sigma + 2\,{}^1\Sigma$ (ν_e correspondant à $\lambda = 3824$ Å). Cette dernière pourrait correspondre à l'absorption trouvée par M. Chalonge et Mme Lefebvre [3]. L'effet de température trouvé par M. Vassy pourrait être le résultat de la complexité de la bande de Huggins [4].

3° *Bande de Chappuis*. — Cette bande se montre complexe et pourrait provenir du passage à des niveaux supérieurs $2\,{}^1\Sigma + {}^1\Delta$ ($\nu^2 = 182.14\ \mathrm{cm}^{-1}$, $\lambda = 5489$ Å) et $2 \times {}^1\Delta + {}^3\Sigma$) $\nu_e = 15860\ \mathrm{cm}^{-1}$ $\lambda = 6304$ Å). Les positions des minima dans la bande de Chappuis fournissent des fréquences de vibration voisines de celles de la molécule O_3, trouvées d'après le spectre d'absorption dans l'infrarouge lointain.

4° *Bande infrarouge*. — La bande $3^{\mu},59$ correspond au niveau supérieur $2\,{}^1\Delta - {}^1\Sigma$. Cette bande, dont la longueur d'onde a été trouvée égale à $3^{\mu},57$ semble donc être également une bande électronique.

III. L'analogie de structure trouvée entre le spectre de l'ozone et de l'oxygène [1] s'expliquerait donc tout naturellement, les spectres d'absorption des trois polymères O_2, O_3 et $(O_2)_2$ comprenant les mêmes niveaux électroniques ${}^3\Sigma$, ${}^1\Delta$, ${}^1\Sigma$ (${}^3\Sigma = 0$; ${}^1\Delta = 7930$ cm; ${}^1\Sigma = 13072$ cm).

---

(3) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 444.
(4) M. Vassy, *Thèse*, Paris, 1937.

OPTIQUE. — *Considérations théoriques sur le dichroisme d'écoulement.* Note [1] de M. **Serge Nikitine**, transmise par M. Pierre Weiss.

J'ai montré [2] que si l'on orientait des molécules de colorants par écoulement d'une solution visqueuse, on pouvait observer un dichroïsme. Je me propose de développer dans cette Note quelques considérations théoriques sur le dichroïsme d'écoulement.

Une solution diluée d'un colorant est supposée comprise entre deux parois planes parallèles, l'une au repos, l'autre en translation uniforme parallèlement à elle-même. Soit $Oxyz$ un système d'axes rectangulaires tel que le plan xOz soit parallèle aux parois, l'axe Ox étant parallèle à la vitesse de la paroi mobile. Supposons les molécules dissoutes assimilables à des ellipsoïdes de révolution d'axes a, b et c ($b = c$). Nous définirons l'orientation de l'axe de révolution a par rapport aux axes $Oxyz$ au moyen de deux angles : l'angle β que fait a avec Oz et l'angle α que fait le plan aOz avec Ox.

Le dichroïsme d'écoulement est dû d'une part à l'orientation anisotrope des axes a provoquée par l'écoulement, d'autre part au fait que les molécules de colorant absorbent la lumière comme des oscillateurs électriques linéaires amortis [3]. Si l'on considère un faisceau de lumière polarisé rectilignement de longueur d'onde absorbable par le colorant en solution, et se propageant suivant Oz, du fait du dichroïsme le coefficient d'absorption dépendra de la direction de vibration de la lumière. Il est maximum k_1 pour une direction 1 et minimum k_2 pour une direction perpendiculaire 2.

La probabilité d'absorption de la lumière par l'oscillateur associé à la molécule est proportionnelle à $\cos^2\psi$, où ψ est l'angle entre l'oscillateur et le vecteur électrique de la lumière. Si celle-ci vibre suivant 1 ou 2, les probabilités d'absorption seront proportionnelles à $\sin^2\beta\cos^2\omega$ et $\sin^2\beta\sin^2\omega$, où ω est l'angle que fait le plan aOz avec la direction 1.

Soient N le nombre de molécules du colorant par unité de volume, dN le nombre de molécules dont l'orientation des axes a est comprise entre β et $\beta + d\beta$, ω et $\omega + d\omega$. Soit enfin θ l'angle que fait l'oscillateur associé à la

---

(1) Séance du 22 novembre 1937.

(2) S. Nikitine, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 124.

(3) S. J. Wawilow et W. L. Lewschine, *Zs. f. Phys.*, 16, 1923, p. 135, et F. Perrin, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 581; *Ann. de Phys.*, 12, 1929, p. 169.

molécule avec l'axe a. Les valeurs de k_1 et k_2 seront données par les formules

$$(1) \quad \begin{cases} k_1 = k_0\left[N\dfrac{\sin^2\theta}{2} + \left(1 - \dfrac{3}{2}\sin^2\theta\right)\displaystyle\int \sin^2\beta\cos^2\omega\, dN\right], \\ k_2 = k_0\left[N\dfrac{\sin^2\theta}{2} + \left(1 - \dfrac{3}{2}\sin^2\theta\right)\displaystyle\int \sin^2\beta\sin^2\omega\, dN\right], \end{cases}$$

où k_0 est un coefficient de proportionnalité et où les intégrales s'étendent à toutes les orientations. Le dichroïsme provient de la différence des coefficients ci-dessus,

$$(2) \qquad k_1 - k_2 = \left[1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta\right] k_0 \int \sin^2\beta\cos 2\omega\, dN.$$

Cette expression peut permettre d'interpréter les mesures du dichroïsme, si l'on connaît théoriquement dN en fonction de β, ω, a et b. Mais elle montre déjà que, quel que soit dN, le dichroïsme est nul si $\theta = \pi/3$.

Jeffery ([4]) a calculé le mouvement d'un ellipsoïde en suspension dans un solvant soumis aux conditions dont nous parlons ici, mais sans tenir compte du mouvement brownien. On peut déduire des calculs de Jeffery que les axes de symétrie de l'anisotropie d'orientation sont l'un parallèle, l'autre perpendiculaire aux parois, c'est-à-dire que les directions 1 et 2 sont les mêmes que les directions Ox et Oy. D'autre part on peut prévoir que l'état d'orientation ne dépend pas de la vitesse, mais seulement de a et b. J'ai pu effectivement observer ([2]) des régimes caractérisés par ces propriétés en opérant à de forts gradients de vitesses et dans des solutions de viscosité élevée.

Mais on éprouve des difficultés si l'on veut déduire des calculs de Jeffery la forme de dN. En effet, les calculs de Jeffery donnent tous les mouvements possibles d'un ellipsoïde, mais il serait imprudent de les considérer tous comme également probables et stables, sans une discussion approfondie que je me propose de faire ultérieurement. Je me bornerai à discuter ici le cas simple où les molécules de colorant diffèrent peu d'une sphère, c'est-à-dire b/a voisin de 1, cas dans lequel les calculs peuvent être conduits jusqu'au bout.

On peut déduire alors des calculs de Jeffery l'expression de dN. En posant $(1 - b/a) = \varepsilon$, on peut écrire

$$(3) \qquad dN = \frac{N}{4\pi}[1 + \varepsilon\cos 2\alpha]\sin\beta\, d\beta\, d\alpha.$$

([4]) *Proc. Roy. Soc.*, **102**, 1922-1923, p. 161.

en remarquant que $\omega = \alpha$ pour le régime correspondant aux calculs de Jeffery. Le calcul de l'intégrale (2) donne

$$(4) \qquad k_x - k_y = \left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta\right)\frac{N k_0}{3}\varepsilon,$$

et, en divisant par $k_x + k_y$, on a l'expression de la quantité D, que l'on peut atteindre expérimentalement [2],

$$(5) \qquad D = \left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\theta\right)\frac{\varepsilon}{2}.$$

La discussion de cette relation peut donner des indications qualitatives sur la molécule du colorant étudié. D étant donné par la mesure du dichroïsme d'écoulement et de l'absorption, la formule (5) montre que ε ne peut être compris entre -4D et 2D. La connaissance de D permet donc de trouver des limites inférieures de la dissymétrie de la molécule.

Mais la discussion pourrait être faite d'une façon plus complète si l'on pouvait déterminer ε ou θ indépendamment de la mesure de D.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Fonction d'excitation de la réaction nucléaire* Be(α, n). *Possibilité de détermination de la masse du neutron par une méthode nouvelle.* Note [1] de MM. **Jean Crussard** et **Serge Gorodetzky**, transmise par M. Maurice de Broglie.

Les travaux concernant l'étude du mécanisme de l'émission des neutrons utilisent divers moyens de détection. Aucun à notre connaissance n'a encore utilisé la désintégration du bore par les neutrons ralentis dans la paraffine. Ce procédé a des avantages divers. On a un bon rendement. Le fond continu des parasites peut être très réduit. Les rayons γ ne troublent pas les mesures. On est sûr de compter les neutrons individuellement.

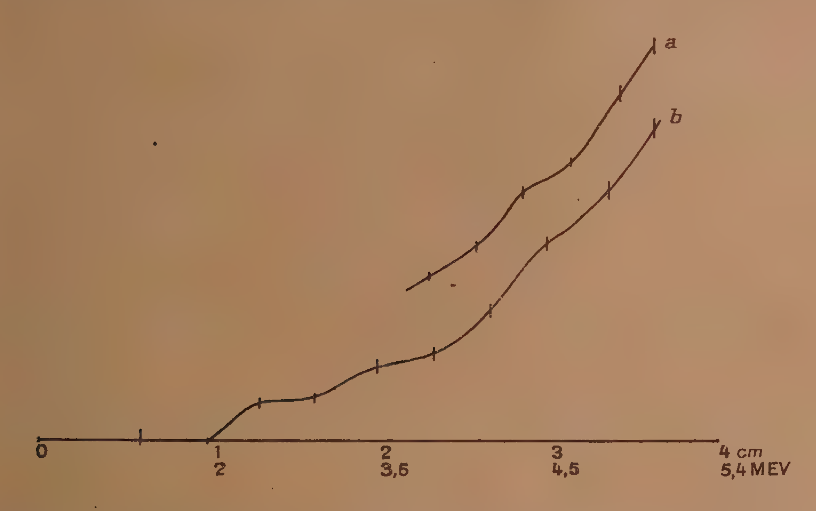
Le dispositif suivant a été utilisé : une préparation de polonium de 40000 U. E. S. environ est placée au centre d'une demi-sphère tapissée intérieurement d'une couche de beryllium. Cette couche absorbe entièrement les particules α incidentes. On peut faire varier la pression de l'air remplissant la demi-sphère. On commande ainsi la vitesse des particules α arrivant au Be et où elles donnent lieu à l'émission de neutrons. Les neutrons sont

---

[1] Séance du 22 novembre 1937.

ralentis par de la paraffine; un certain nombre d'entre eux pénètrent dans une chambre d'ionisation, recouverte intérieurement de bore dont ils provoquent la désintégration. La tige centrale de la chambre est reliée à l'entrée de l'amplificateur proportionnel de M. Leprince-Ringuet [2].

On a fait deux séries de mesures. Dans une première série on a utilisé une demi-sphère de $2^{cm},8$ de diamètre et relevé la courbe dans la région des grandes énergies (*fig.* 1 *a*). Dans une deuxième série de mesures on a



utilisé une demi-sphère de 10^{cm} de diamètre et l'on a tracé toute la courbe (*fig.* 1 *b*). On a porté en abscisses le parcours restant des rayons α dans l'air à 15° et 760^{mm} Hg. On a repéré en même temps l'énergie correspondante en MEV (millions d'électronvolts). En ordonnées on a porté le débit des neutrons. L'erreur (le plus souvent très faible) est représentée conformément à l'usage. La courbe 1 *a* présente une légère inflexion vers 4,5 MEV.

En ce qui concerne la courbe 1 *b*, on observe un groupe de résonance vers 2,3 MEV, signalé déjà par différents auteurs, et peut-être un deuxième vers 3,5 MEV. L'inflexion vers 4,5 MEV est également retrouvée, et conduit à admettre l'existence d'*un maximum de l'émission des neutrons vers* 4,2 MEV (non encore observé à notre connaissance).

L'émission des neutrons n'est pas observable avant 2,1 MEV. La chute

---

(2) *Annales des P. T. T.*, **20**, 1931, p. 480.

entre 2,5 et 2,1 MEV est très brusque, et le nombre des neutrons pour 2,1 MEV est réduit à moins de 5 pour 100 de la valeur à 2,5 MEV, à moins de 1 pour 100 de la valeur à 5,1 MEV. La faible importance du mouvement propre de l'appareil permet cette affirmation.

Si l'on écrit pour la désintégration du Be la formule habituelle

$$(1) \qquad {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}n + \mathrm{Q},$$

on constate que Q est positif, $\mathrm{Q} = 6$ MEV. La réaction est exoergique. Elle ne permet pas de comprendre pourquoi l'on n'observe pas de neutrons pour des énergies inférieures à 2,1 MEV.

Cependant Bohr, pour expliquer un certain nombre de faits dont la formule (1) ne rend pas compte, a proposé la formule

$$(2) \qquad {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow 3\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}n + \mathrm{Q}'$$

(avec formation intermédiaire de ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ puis ${}^{8}_{4}\mathrm{B}$, instables).

La réaction (2) est au contraire de (1) endoergique. Elle permet de prévoir, si l'on connaît toutes les masses correspondantes, en particulier celle du neutron, l'énergie pour laquelle doit brusquement commencer l'émission des neutrons. En s'appuyant sur la valeur actuellement admise pour la masse du neutron, on obtient une valeur de Q′ en remarquable accord avec celle donnée par la courbe 1 *b*. Ceci donne un certain poids à l'hypothèse suivant laquelle la réaction a lieu suivant la formule (2). En admettant cette hypothèse, on peut inversement, Q′ étant donné par la courbe 1 *b*, en déduire la masse du neutron. *On aurait ainsi une méthode nouvelle de détermination de la masse du neutron.*

Cette méthode est précise : elle ne fait intervenir que deux masses. Elle présente de plus un avantage, car, au contraire des méthodes usuelles, elle ne nécessite pas la mesure, souvent laborieuse, de l'énergie des particules de désintégration de parcours maximum.

En admettant $\mathrm{Q}' = -2{,}1\ \mathrm{MEV} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$ unité de masse. ${}^{9}_{4}\mathrm{B} = 9{,}01500$ ${}^{4}_{2}\mathrm{He} = 4{,}00408$, on obtient la masse du neutron : ${}^{1}_{0}n = 1{,}0090$, en excellent accord avec les dernières déterminations d'autres auteurs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Action des hydroxydes alcalins dilués sur l'hydroxyde cuivrique.* Note [1] de M. **Mladen Paić**, présentée par M. Georges Urbain.

En 1799 Proust a remarqué qu'une solution concentrée de potasse dissout l'hydroxyde cuivrique, en se colorant en bleu [2]. Ce fait a été depuis confirmé par de nombreux chercheurs [3], dont certains ont constaté que la soude se comporte de la même manière [4]. D'autres ont étudié le phénomène quantitativement [5]. Or tous ces auteurs ne parlent que de la dissolution du $Cu(OH)^2$ dans la soude ou dans la potasse concentrées (au-dessus de 2 N), sans que l'on sache comment agissent les hydroxydes alcalins dilués. Cependant il serait utile de connaître, surtout du point de vue des complexes organo-cuivriques, sous quelle forme et en quelle concentration le cuivre peut exister dans les solutions diluées de ces hydroxydes. C'est pourquoi j'ai cru intéressant de déterminer la solubilité de l'hydroxyde cuivrique dans le domaine des faibles concentrations en hydroxyde alcalin et d'examiner les propriétés électrochimiques et le spectre d'absorption des solutions obtenues.

I. Dans un tube à centrifuger on met des quantités variables d'eau, de solution de sulfate de cuivre et d'hydroxyde alcalin. Il est important d'ajouter l'hydroxyde alcalin en dernier lieu, autrement l'hydroxyde cuivrique précipité se redissout très difficilement. Le mélange est agité énergiquement pendant quelques secondes, puis centrifugé deux minutes à 6000 t/min, ce qui permet de déposer l'excès de $Cu(OH)^2$. Le liquide surnageant est immédiatement analysé. La solution formée n'est stable qu'en absence d'oxyde cuivrique (Chodnew, Müller), qui ne tarde pas à se former.

---

(1) Séance du 22 novembre 1937.

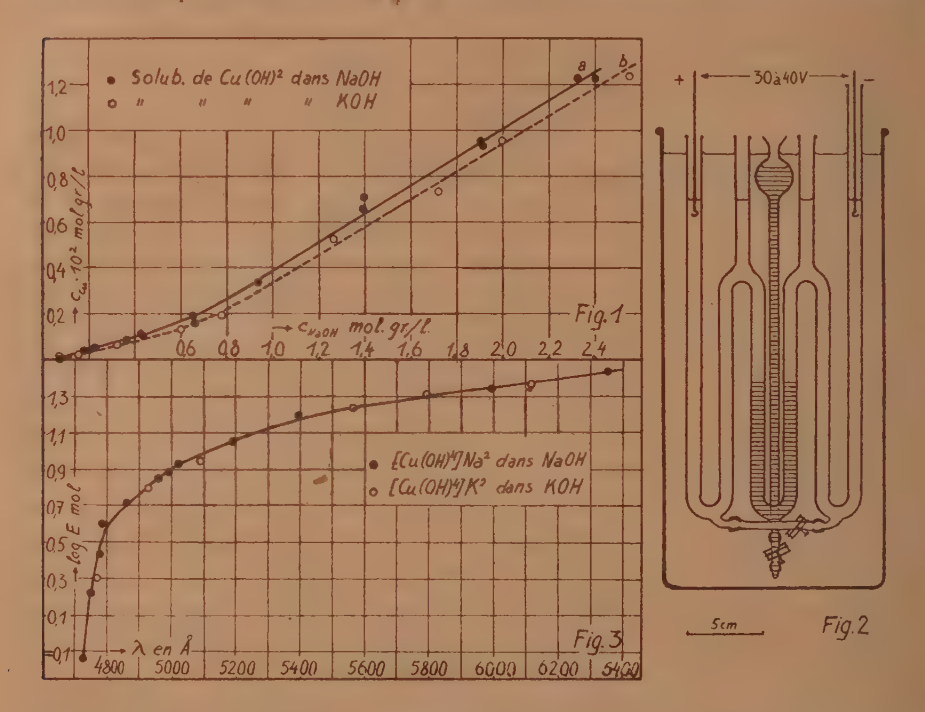
(2) Proust, *Ann. de Chim.*, 32, an VIII, 1799, p. 45; *Jour. de Phys.*, 59, an XII, 1805, p. 393; *Neues allg. J. d. Chem.*, 6, 1806, p. 552.

(3) E. Roloff, *Neues allg. J. d. Chem.*, 6, 1806, p. 439; A. Chodnew, *J. prakt. Chem.*, 28, 1843, p. 217; E. Müller, *Z. phys. Chem.*, 105, 1923, p. 73; H.-J. Creighton, *J. Am. chem. Soc.*, 45, 1923, p. 1237.

(4) A. Chodnew, *loc. cit.*; H. W. Fischer, *Z. anorg. Chem.*, 40, 1904, p. 39; V. Kohlschutter et J. L. Tüscher, *Z. anorg. Chem.*, 111, 1920, p. 193.

(5) G. S. Melbye, *Medd. Kgl. Vetenskapsakad. Nobelinst.*, 4, 1921, p. 1; E. Müller, *loc. cit.*

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 1. La courbe *a* se rapporte à la solubilité de $Cu(OH)^2$ dans la soude, la courbe *b* à la solubilité dans la potasse. Dans les deux bases les solubilités sont très voisines.



mais celle dans la potasse est légèrement plus faible. On remarque que même les solutions de soude ou de potasse très diluées contiennent des quantités non négligeables de cuivre. Ainsi à une solution 0,078 N de KOH correspond une concentration $0,014.10^{-2}$ N en cuivre. Celle-ci augmente avec la teneur en hydroxyde alcalin.

II. Des expériences qualitatives avec les solutions d'hydroxyde de rubidium et de cæsium ont montré que ces bases dissolvent également l'hydroxyde cuivrique.

III. Dans l'appareil à transport d'ions colorés (*fig.* 2), on peut facilement observer le déplacement vers l'anode de la limite entre la solution bleu de $Cu(OH)^2$ dans les hydroxydes alcalins et la solution d'hydroxyde alcalin surnageante. Le cuivre se trouve donc ici dans un complexe anionique, conformément aux constatations de Creighton (³). D'après Scholder et

ses collaborateurs [6] à cet anion revient, dans la soude, la formule $[Cu(OH)^4]^{--}$.

IV. Les spectres d'absorption des solutions de $Cu(OH)^2$ dans la soude ou dans la potasse sont très voisins : absorption à partir de 4720 Å, s'étendant rapidement vers le rouge (*fig*. 3). L'identité des spectres prouve que dans les deux cas on a affaire au même anion complexe. Au sel de potassium, qui jusqu'à présent n'a pas été isolé [6], revient donc très vraisemblablement la formule $[Cu(OH)^4]K^2$, analogue à celle du sel de sodium, établie par Scholder [6]. Des mesures colorimétriques ont montré que la loi de Beer-Lambert s'applique rigoureusement à ces solutions. L'anion complexe ne change donc pas de composition quelle que soit sa concentration.

J'ajouterai que j'ai appliqué de ces constatations à l'étude de la réaction du biuret.

PHYSICOCHIMIE. — *Polymérisation des gaz et équations d'état.* Note [1] de M. **Lévy Herman**, présentée par M. Ch. Fabry.

On sait que les équations d'état simples s'appliquent aux faibles pressions et aux températures supérieures à la température critique. Pour les fortes densités des gaz, les écarts entre les données expérimentales et les formules théoriques augmentent quand les volumes et les températures décroissent. J'ai tracé les courbes des constantes a et b de la formule de Van der Waals pour l'oxygène et l'azote. Les constantes a et b ont été obtenues en résolvant deux équations de Van der Waals relatives à deux états voisins du gaz (deux groupes voisins de valeurs p et pv). Les valeurs expérimentales admises étaient celles d'Amagat à 0° C. et entre 1 et 3000^{atm}. On trouve que b décroît constamment lorsque la pression croît; il en est de même de a. En réalité, on obtient une superposition de deux courbes se raccordant en deux points A et B.

Les écarts notables signalés ci-dessus, entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par extrapolation à partir des pressions faibles pourraient

(6) R. Scholder, *Z. anorg. Chem.*, 46, 1933, p. 509; R. Scholder, R. Felsenstein et A. Apel, *Z. anorg. Chem.*, 216, 1933, p. 138; R. Scholder, *Z. anorg. Chem.*, 220, 1934, p. 209.

(1) Séance du 8 novembre 1937.

être dus surtout à la polymérisation qui augmente avec la pression. London, ainsi que Slater et Kirwood, ont montré d'autre part, pour l'hydrogène et l'hélium l'existence d'un minimum d'énergie potentielle dû à l'action mutuelle de deux molécules saturées et qui correspond à une molécule polymérisée stable ([2]). Wohl et Briegleb ont généralisé empiriquement cette théorie pour les autres gaz ([3]).

On peut tenir compte de ces écarts comme suit. Admettant la validité de l'équation de Van der Waals pour le gaz simple et pour le gaz polymérisé, mais avec des constantes différentes; tenant compte en outre de la relation entre les densités et les covolumes, on obtient l'expression suivante pour déterminer la concentration N_4 des molécules polymérisées en fonction du volume v occupé par une masse égale à la masse moléculaire du gaz simple

$$N_4^2(v-b)(v-3b_2)+N_4(b_2-b)(v+2b_2+b)-(b-b_2)^2=0,$$

b_2 et b étant respectivement le covolume du gaz sous faible et forte pression. Le terme relatif à l'attraction des molécules polymérisées a été négligé, ce qui paraît légitime, la polymérisation se produisant avec saturation des valences résiduelles.

Une vérification intéressante de cette relation a été effectuée pour les points A et B des courbes ci-dessus. Pour l'oxygène le point A se trouve au voisinage de 1350^{atm}. A cette pression l'équation (1) fournit la valeur $N_4=0,29$, $N_4 \neq N_2$ ([4]). Ce résultat est en accord satisfaisant avec les valeurs obtenues à partir des coefficients d'absorption des bandes de la molécule $(O_2)_2$. Ainsi pour la bande 4780 Å, si l'on extrapole vers les fortes pressions les valeurs de Shalow et Steiner relatives à la pression de 120 kg/cm², en admettant que le coefficient d'absorption varie comme le carré de la pression, on obtient pour N_4 la valeur 0,3.

Le point B se trouve au voisinage de 1650^{atm}. La valeur correspondante de N_4 est 0,38. Ici encore on a approximativement N_4 peu différent de N_2. Pour les substances pour lesquelles les données d'absorption manquent, le

---

([2]) London, *Zeit. f. Physik*, 63, 1930, p. 245; Slater et Kirwood, *Phys. Rev.*, 2e série, 37, 1931, p. 682.

([3]) K. Wohl, *Zeit. f. phys. Chemie* (B), 14, 1931, p. 37; Briegleb, *ibid.*, 23, 1933, p. 105.

([4]) Si l'on fait un choix légèrement différent de la constante b_2, ce point peut se trouver un peu déplacé et être voisin de l'état correspondant à des masses égales de molécules simples et polymérisées.

point singulier peut servir à déterminer la constante de la loi d'action de masse. Le calcul des concentrations N_4 et N_2 pour chaque pression peut fournir un meilleur accord entre les constantes des équations d'état observées et calculées.

II. *Teneur en molécules polymérisées à la pression atmosphérique.* — Pour les substances présentant un degré notable de polymérisation sous des pressions modérées (NO^2, NO, I, ...) des vérifications satisfaisantes ont été obtenues en admettant la loi des gaz parfaits ([5]) ou les relations de Van der Waals ([6]). Plus récemment M. Duclaux a obtenu des résultats analogues en admettant la loi d'action des masses. Ses calculs relatifs à l'oxygène fournissent des valeurs trop fortes ([7]) par suite de l'approximation admise dans les équations d'état où les forces d'attraction moléculaire sont négligées. Un meilleur accord peut être obtenu si l'on ne néglige pas cette attraction, au moins pour les molécules simples.

Le calcul relatif à la pression atmosphérique montre que la correction due au covolume de la molécule polymérisée est tout à fait négligeable, et N_4 peut être déterminé pratiquement par la relation

$$-N_4 = \frac{1}{RT}\left(P + \frac{a_2}{V^2}\right)(v - b_2) - \frac{vD}{M_2},$$

a et b étant les constantes de Van der Waals pour la molécule simple, v et D, le volume et la densité de l'oxygène. La constante b a été prise égale à 46 cm.mol^{-1}. Pour a nous avons admis la valeur théorique moyenne de London :

$$a = 120{,}8.10^4 \text{ atm.cm.mol}^{-1} \ (^8).$$

On trouve $2N_4 : N = 2.10^{-4}$. Les valeurs de la teneur en $(O_2)_2$ obtenues à partir des mesures des coefficients d'absorption de l'oxygène liquide et gazeux ([9]) sous des pressions de 1 à 10 kg/cm² fournissent pour les bandes 5780 Å et 4780 Å les valeurs $2N_4/N = 1{,}8$ et $2{,}3.10^{-4}$. L'accord semble satisfaisant. Il faut toutefois remarquer que les valeurs du rapport $2N_4/N$ sont voisines de la précision avec laquelle on connaît R par exemple. Il est donc illusoire de rechercher de la précision pour les faibles pressions. Seul, l'ordre de grandeur de la teneur en molécules polymérisées se vérifie de façon satisfaisante.

([5]) WINKELMANN, *Handbuch der Physik*, vol. 2, 1896.

([6]) SWART, *Zeit. f. phys. Chemie*, 7, 1891, p. 120.

([7]) J. DUCLAUX, *Jour. de Physique*, 7e série, 8, 1937, p. 277.

([8]) En général c'est la valeur de a de Slater et Kirwood qui s'accorde le mieux avec les valeurs obtenues par l'étude du *second coefficient de viriel*; il y a exception pour l'oxygène pour lequel la relation de London donne un bien meilleur accord (voir WOHL, *loc. cit.*, tab. 9).

([9]) GUILLIEN, *Thèse*, Paris, 1937; L. HERMAN et R. HERMAN, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2064.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur une nouvelle conception de l'inertie chimique.* Note [1] de M. **Paul Renaud**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans ses études sur les axiomes de la mécanique, Paul Painlevé [2] a montré que le principe de l'inertie fut obtenu par des études sur les relations du déterminisme et des changements de système de références.

La continuation d'un mouvement dans sa direction primitive est une conséquence du principe de Curie. Mais, comme l'a montré Painlevé, ce principe ne renseigne pas sur le rapport des grandeurs de la vitesse d'arrivée d'un mobile en un point et sa vitesse de départ. Ces deux vitesses ont été considérées comme égales pour des raisons de simplicité.

On peut étudier de plus près la question [3] au moyen de la généralisation de ce principe, et montrer que ces raisons de simplicité sont analogues à celles données par le principe de Curie, relativement à la direction du mouvement. On peut alors chercher à transposer ce raisonnement dans le domaine chimique. Les conceptions ainsi obtenues diffèrent un peu des conceptions actuelles. Elles présentent quelques difficultés, exactement analogues à celles du principe mécanique de l'inertie. Ceci provient de ce qu'elles sont bien plus une représentation, un symbole élémentaire de mouvement, un élément de mouvement, qu'une explication de ce mouvement.

Depuis l'introduction du principe de l'inertie, l'étude d'un mouvement consiste à rechercher quelle part doit être attribuée à ce schéma élémentaire. La définition de la force d'inertie permet d'atteindre ce résultat quantitativement. Elle permet de corriger cette représentation quand elle est insuffisante, en introduisant les forces nécessaires pour interpréter les accélérations.

Lorsqu'on veut étudier une courbe au voisinage d'un point, on peut prendre comme axe la tangente en ce point x, y, z, dont la direction est dx, dy, dz. Le principe de l'inertie incite à comparer le mouvement d'un point matériel, au point-temps x, y, z, t, au mouvement tangent ayant la direction dx, dy, dz, dt défini par le principe de l'inertie.

(1) Séance du 12 novembre 1937.

(2) *Les axiomes de la Mécanique*, Paris, 1922.

(3) Paul Renaud, *Analogies entre les principes de Carnot, Mayer et Curie*, Paris, 1937.

On étudie méthodiquement la variation du mouvement réel par rapport à ce mouvement simple.

C'est une conception analogue, qui est beaucoup plus un mode de représentation qu'une explication, que je me propose de développer relativement à l'inertie chimique.

Les chimistes utilisent l'expression *inertie chimique* à propos de la paralysie d'une réaction, et non à propos de la continuation d'une réaction commencée. Or l'étude de la question, dans l'esprit indiqué précédemment, montre que l'on peut considérer une inertie chimique analogue à l'inertie mécanique, en ce sens qu'elle comporte, non pas l'arrêt, mais la continuation d'une réaction chimique commencée en phase homogène. Il faut en effet l'intervention d'une cause extérieure, par exemple une opération compliquée, ou intérieure, telle qu'un équilibre, pour arrêter une réaction, tandis qu'il suffit, en général, qu'elle ait commencé pour qu'elle continue.

Le schéma élémentaire d'une réaction chimique, en phase homogène, est donc analogue à celui de l'inertie mécanique. De même qu'un mouvement mécanique continue parce qu'il a commencé, une réaction chimique continue parce qu'elle a commencé. L'une des causes de l'évolution ultérieure est l'évolution antérieure.

L'étude des réactions réelles se fera en recherchant quelle part on doit faire à ce schéma élémentaire, quelles sont les accélérations qu'il subit, dans chaque cas particulier. On cherchera à les grouper en cas analogues, comme on a groupé les forces en forces d'origine électrique, etc.

Considérons un milieu A évoluant vers un milieu B. Supposons que le passage de l'un à l'autre se fasse par l'enrichissement en B du mélange contenant A et B, avec coexistence de la substance transformée B et de la substance non transformée A. Dire que la vitesse d'évolution de A est constante, c'est dire que la proportion de matière qui, à chaque instant, évolue de A en B est proportionnelle à A.

Le cas de réaction le plus simple est donc celui où A évolue vers B sans que B ait une action sur cette évolution. C'est le cas des transformations radioactives simples, c'est aussi le cas des réactions chimiques du premier ordre.

Cette nouvelle conception de l'inertie chimique conduit donc à comparer une évolution chimique quelconque, en phase homogène, à l'évolution tangente de premier ordre et à classer les causes des écarts indiqués par l'expérience.

On sait que, dans le cas élémentaire, si x est la concentration en poids

de A dans le mélange, x est relié au temps par l'expression

$$Lx = -v_0(t - t_0).$$

Si l'on choisit convenablement l'origine et que l'on pose $y = -Lx$, il vient $y = v_0 t$.

Quelle que soit la fonction $y = f(t)$ représentant une évolution réelle, il existe, à chaque instant, une évolution de premier ordre qui lui est tangente, c'est-à-dire telle que y, t, dy, dt soient communs. La nouvelle conception de l'inertie chimique conduit à comparer l'évolution réelle à l'évolution tangente, comme la conception mécanique incite à comparer un mouvement réel à son mouvement tangent.

CHIMIE MINÉRALE. — *Bleu de molybdène cristallisé.* Note de M. **Victor Auger**, transmise par M. Georges Urbain.

Les sous-oxydes hydratés connus sous le nom de *bleus de molybdène* n'ont été jusqu'ici obtenus qu'à l'état amorphe. Il faut mentionner toutefois un travail de G. Marchetti ([1]), qui a cru obtenir, par réduction électrolytique d'une solution chlorhydrique de MoO^3, un oxyde bleu $Mo^3O^8, 5H^2O$, cristallisé. Comme l'étude cristallographique n'a pu être faite que sur un seul échantillon, et que les mesures effectuées n'ont même pas permis, *vu le mauvais état des faces cristallines*, de calculer les constantes du cristal, probablement triclinique, et que d'autre part divers chimistes n'ont pu reproduire ce composé, son existence est restée jusqu'ici problématique.

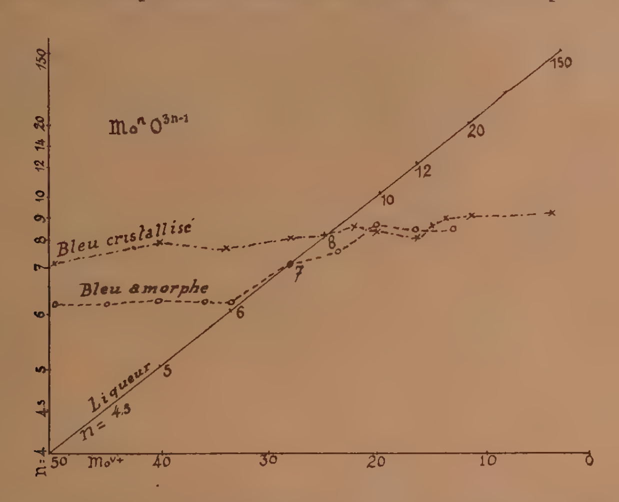
Il m'a été possible d'obtenir, sous la forme cristalline, un hydrate bleu d'oxyde de molybdène, par la réaction même qui donne naissance au bleu amorphe, c'est-à-dire avec un mélange des solutions chlorhydriques de Mo^V et de Mo^{VI}, en opérant avec des liqueurs fortement acides, diluées tout juste assez pour que l'apparition du produit solide n'ait lieu qu'après un ou plusieurs jours. Au début de leur apparition, les cristaux formés, examinés sous un fort grossissement, se présentent en carrés noirs opaques, ou en croix de couleur bleu foncé, qui s'empâtent peu à peu aux angles par l'apport de nouvelles parties cristallines, et finissent souvent par s'arrondir. Si on les écrase, ils se fragmentent en petites aiguilles bleues transparentes.

Préparation. — A. *Solution de* Mo^{VI}. — On dissout à chaud MoO^3 en

([1]) *Zeit. f. anorg. Chem.*, 19, 1899, p. 391.

ClH concentré. Elle contient au centimètre cube environ $0^g,52$ de MoO^3 et $0^g,38$ de ClH réel.

B. *Solution de* Mo^V. — On réduit au bain-marie 1 volume de la solution précédente, par un excès de Mo en poudre; la solution rouge obtenue sera diluée par l'eau à 2,4 volumes. On mélange un volume de A et 1,5 volume de B, et l'on y ajoute environ 0,6 volume de ClH concentré pour faire virer la couleur rouge au vert; le mélange est additonné d'eau jusqu'au virage couleur café; il faut pour cela en doubler à peu près le volume. La solution est maintenue à la température ambiante à l'abri de l'air pour éviter l'oxy-



dation : les cristaux de bleu se déposent après un temps très variable : de un jour à plusieurs semaines, et si la solution est un peu trop acide, ils peuvent n'apparaître qu'au bout d'une année. L'addition d'une amorce de bleu cristallisé favorise le dépôt du produit solide. Avec les proportions employées, la liqueur se décolore totalement lorsque la réaction est terminée; il suffit de laver les cristaux à l'eau saturée de CO^2, puis à l'alcool, et enfin de les sécher à la température ordinaire dans un courant de CO^2 sec.

Le bleu cristallisé se forme aussi bien dans des solutions contenant un fort excès de Mo^V que dans celles où le Mo^{VI} prédomine. L'analyse des produits obtenus a été effectuée comme pour le bleu amorphe; les résultats en sont consignés sur le graphique ci-dessus, où l'on a porté la composition du liquide primitif et celle des cristaux qui s'y sont déposés.

On voit que, pour une variation de composition de la liqueur, de Mo^4O^{11}

à $Mo^{16}O^{49}$, les cristaux formés varient de $Mo^{7}O^{20}$ à $Mo^{9}O^{26}$; entre les valeurs $Mo^{5}O^{14}$ et $Mo^{12}O^{35}$, ils possèdent exactement la formule $Mo^{8}O^{23}$. Nous avons tracé dans le même tableau la courbe exprimant la variation de composition du bleu amorphe après dilution de liqueurs chlorhydriques variant de $Mo^{4}O^{11}$ à $Mo^{15}O^{44}$. Il semble, en comparant ces courbes, que la composition du bleu amorphe se rapproche peu à peu de celle du bleu cristallisé à mesure que la liqueur est plus riche en Mo^{VI}, mais c'est seulement une apparence, car nous avons montré dans la Note précédente ([2]), que le bleu amorphe qui se dépose d'une telle solution contient un excès de MoO^3 qu'on peut séparer du bleu en dissolvant ce dernier dans l'alcool amylique; la formule des produits ainsi purifiés se trouve ramenée à $Mo^{6.4}O^{18}$ environ, il est probable qu'à un degré moindre, le bleu cristallisé fixe une petite quantité du MoO^3 en excès, ce qui fait passer la formule de $Mo^{8}O^{23}$ à $Mo^{9}O^{26}$, mais nous n'avons pu trouver un mode de purification convenable.

Il serait prématuré de donner à ce produit, dont l'étude ne fait que débuter, une formule de constitution; en tenant compte de son mode de formation, on pourrait le considérer comme un complexe salin formé par la réaction du bleu amorphe jouant le rôle de base, avec un acide dimolybdique, d'après

$$Mo^2O^7H^2 + 2(MoO^2OH.2MoO^3) = Mo^2O^7(MoO^2, 2MoO^3)^2 + 2H^2O.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Quelques combinaisons d'addition des diphénols.*
Note de Mlle **Yvonne Garreau**, transmise par M. Georges Urbain.

Un mélange alcalin d'hydroquinone, de SO^2 et d'éthylènediamine ne s'oxyde que très lentement au contact de l'air et je n'ai pu isoler, dans ces conditions, des dérivés sulfonés et aminés de l'hydroquinone, comme dans le cas de l'ammoniaque ou des mono-amines primaires ([1]). Par contre j'ai observé la formation d'un sel cupri-di-éthylènediammonique de l'hydroquinone. De telles combinaisons n'ayant pas été signalées, il m'a paru intéressant d'étendre ce résultat à d'autres métaux, ainsi qu'à la résorcine.

Préparation. — A. *En milieu dilué.* — A une solution contenant : éthy-

---

([2]) V. Auger et Mlle N. Ivanoff, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1180.

([1]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1570 et précédentes.

lènediamine 1,2 mol-g; SO^2 0,5 mol-g; hydroxyde métallique 0,07 mol-g par litre, on ajoute 0,17 mol-g de diphénol.

B. *En milieu plus concentré.* — A une solution contenant : éthylènediamine 3,2 mol-g; SO^2 1,3 mol-g; hydroxyde métallique 1,2 mol-g par litre, on ajoute 0,9 mol-g de diphénol.

Au bout d'un temps variant de quelques minutes à plusieurs heures, de beaux cristaux se déposent.

Produits obtenus. — La composition des produits obtenus par le procédé A est indiquée dans le tableau ci-dessous en utilisant des abréviations évidentes, qui n'explicitent pas qu'un certain nombre d'atomes d'hydrogène sont remplacés par des atomes de métal. Les deux combinaisons marquées d'un astérisque ont été obtenues avec le procédé B.

	Hydroquinone.	Résorcine.
Cu.....	3 Hyd., 2 Eth., Cu, 2 H^2O	*Rés., 2 Eth, SO^3Cu, H^2O
Zn.....	3 Hyd., 2 Eth., Zn, 2 H^2O	Néant
Cd.....	3 Hyd., 2 Eth., Cd, 2 H^2O	Néant
Ni.....	*6 Hyd., 7 Eth., 4 SO^3Ni, 8 H^2O	Néant

Discussion. — Les produits obtenus avec l'hydroquinone et le cuivre, le zinc ou le cadmium, correspondent à la formule générale

$$3\,\text{Hyd},\ 2\,\text{Eth},\ \text{Me},\ 2\,H^2O.$$

Ils ne contiennent qu'une très faible quantité de soufre ($<$ 0,03 pour 100) qui peut être considérée comme provenant des eaux mères entraînées mécaniquement. Enfin, dans le cas de l'hydroquinone et du zinc, j'ai vérifié que c'est le même composé qui a pris naissance avec l'une et avec l'autre des concentrations A et B employées. Il est donc vraisemblable que ce sont là des composés définis. Pour résoudre cette question en ce qui concerne les deux autres produits, il y aurait lieu de faire une étude plus approfondie.

Si l'on compare les combinaisons obtenues avec l'hydroquinone et Cu, Zn ou Cd, à celle obtenue avec la résorsine et Cu, on voit que l'hydroquinone paraît se comporter comme un monoacide.

D'autre part la combinaison obtenue avec l'hydroquinone et le nickel est analogue à celle obtenue avec le cuivre et la résorcine, mais, comme il est visible dans les formules ci-dessous, une molécule d'éthylènediamine est remplacée par deux molécules de diphénol :

4 SO^3 Cu, 8 éthylènediamine, 4 résorcine, 4 H^2O,

4 SO^3 Ni, 7 éthylènediamine, 6 hydroquinone, 8 H^2O.

Ceci amène l'hypothèse que les molécules d'hydroquinone ou de résorcine qui ne servent pas à salifier le métal sont fixées coordinativement sur lui, la coordinence du diphénol étant 1 et celle de l'ion métallique 5.

3 Hydr., 2 Eth., Cu, $2H^2O$. Grosses paillettes bleues s'altérant lentement à l'air; solubles dans l'eau et l'alcool, mais en se décomposant.

Analyses. — C % 47,87; H % 6,60; N % 10,20; Cu % 11,54; S % 0,00; hydroquinone % 58,55 (calculé pour $C^{22}H^{36}O^8N^4Cu$: C % 48,18; H % 6,62; N % 10,22; Cu % 11,60; hydroquinone % 60,1).

3 Hydr., 2 Eth., Zn, $2H^2O$. Prismes monocliniques incolores formant des mâcles, peu solubles dans l'eau froide, décomposés par l'eau chaude.

Analyses. — C % 47,93; H % 6,58; N % 10,32; Zn % 11,91; hydroquinone % 58,7 (calculé pour $C^{22}H^{36}O^8N^4Zn$: C % 48,03; H % 6,60; N % 10,19; Zn % 11,89; hydroquinone % 60,05).

3 Hydr., 2 Eth., Cd, $2H^2O$. Gros prismes monocliniques incolores peu solubles dans l'eau froide, décomposés par l'eau chaude.

Analyses. — C % 43,87; H % 6,04; N % 9,58; Cd % 18,64; S % 0,03 (calculé pour $C^{22}H^{36}O^8N^4Cd$: C % 44,30; H % 6,08; N % 9,39; Cd % 18,84).

6 Hydr., 7 Eth. $4SO^3Ni$, $8H^2O$: Prismes violets solubles dans l'eau.

Analyses. — C % 33,79; H % 6,54; N % 10,98; S % 7,42 : Ni % 13,04; hydroquinone % 37,38 (calculé pour $C^{50}H^{108}O^{32}N^{14}S^4Ni^4$: C % 33,73; H % 6,07; N % 11,01; S % 7,20; Ni % 13,18; hydroquinone % 37,11).

Rés., 2 Eth., SO^3Cu, H^2O. Petits prismes rhombiques violets facilement solubles dans l'eau.

Analyses. — C % 31,14; H % 5,67; N % 14,27; S % 8,45; Cu % 16,22; Résorcine % 27 (calculé pour $C^{10}H^{24}O^6N^4SCu$: C % 30,62; H % 6,17; N % 14,30; S % 8,18; Cu % 16,22; Résorcine % 28,8).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les valences du carbone.*

Note de M. **René Truchet**, présentée par M. Robert Lespieau.

L'atome de carbone peut exister sous plusieurs formes, dont les principales sont :

1° Une forme tétraédrique, la plus stable de toutes, dans laquelle les 4 électrons de valence jouent exactement le même rôle. La liaison avec d'autres éléments (carbone par exemple) ne se fait jamais, dans ce type-là, que par des liaisons simples, dans lesquelles les spires des électrons correspondants sont antiparallèles. L'ensemble est donc neutre au point de vue magnétique. Les atomes ainsi liés peuvent tourner l'un par rapport à l'autre autour de la droite de valence.

2° Une forme plane, qui intervient dans toutes les doubles liaisons. Elle

comporte 3 valences à 120° l'une sur l'autre, de même nature que les valences tétraédriques (valences de première espèce), et une quatrième valence de nature différente. L'électron correspondant gravite de part et d'autre du plan des 3 valences de première espèce. Il tend à s'accoupler avec un ou plusieurs autres électrons de même nature. Il y a ainsi formation soit de couples, soit d'essaims électroniques, et ceux-ci sont particulièrement stables lorsqu'ils ont une symétrie élevée. Le couplage de deux électrons de cette nature se fait sans qu'il y ait neutralisation complète des spins. La molécule possède donc un moment magnétique (électron de deuxième espèce).

Une molécule telle que CHCl = CHCl doit donc être envisagée comme formée de 2 atomes de carbone plan, unis par une valeur ordinaire de première espèce. Les plans des deux carbones peuvent tourner l'un par rapport à l'autre. Mais l'énergie potentielle du système dépend de l'angle de ces deux plans par suite du couplage des électrons de deuxième espèce. Elle passe par deux minima lorsque ces plans sont confondus (angle de 0° ou 180°). On retrouve ainsi l'isomérie *cis-trans*.

Ce schéma rend compte :

1° du déplacement des bandes d'absorption vers le visible quand on passe des dérivés saturés aux éthyléniques. Les électrons de deuxième espèce moins fortement liés que ceux de première espèce (qui interviennent seuls dans les dérivés saturés), entrent en vibration plus facilement. De plus, on prévoit une analogie entre le spectre d'une molécule éthylénique (C^2H^4) et le spectre d'un atome à deux électrons de valence (Ba, Ca, Sr), compte tenu des phénomènes de vibration et vibration rotation qui viennent se superposer au phénomène électronique dans le cas de l'éthylénique;

2° du rapprochement des atomes de carbone et de l'augmentation de fréquence des vibrations de valence quand on passe d'une simple liaison à une double liaison : la paire d'électrons de deuxième espèce créant un lien qui vient s'ajouter à la liaison de première espèce;

3° des propriétés magnétiques spéciales des éthyléniques : le paramagnétisme dû à la double liaison masquant partiellement le diamagnétisme des autres parties de la molécule.

4° de la facilité avec laquelle se font les isomérisations *cis-trans* : la libre rotation autour de la liaison de première espèce n'est empêchée que par le couplage des électrons de deuxième espèce, que l'on peut comparer à des ressorts tendant à appliquer l'un sur l'autre les plans des deux atomes de carbone;

5° des propriétés d'addition spéciales aux doubles liaisons, qui sont dues aux électrons de deuxième espèce et à la tendance qu'a le carbone à reprendre la forme tétraédrique.

Enfin les différentes théories qui ont été émises depuis quelques années pour rendre compte des isomérisations ou des réactions anormales des éthyléniques (Ingold, Prévost et Kirrmann) rentrent avec facilité dans le cadre proposé : les électrons de deuxième espèce, doués d'une grande mobilité, peuvent être rendus responsables des déplacements de charge que postulent ces théories.

De plus on peut expliquer les isoméries allylriques, ainsi que les propriétés spéciales des érythréniques sans faire appel à notion d'ions.

Avec cette théorie le noyau benzénique est représenté par un hexagone régulier au centre duquel se trouve un essaim de six électrons de deuxième espèce, essaim à symétrie élevée, particulièrement stable, magnétiquement neutre (comparer aux six électrons des sous-couches *p* des divers atomes). Ces électrons n'appartiennent plus en propre à aucun carbone : ils forment un tout, qui donne à la molécule sa physionomie particulière. On ne peut donc pas parler de doubles liaisons dans le noyau benzénique : on a un phénomène nouveau. On comprend que les propriétés non saturées soient peu marquées et qu'il y ait une énorme différence entre le cyclo-hexadiène (analogue à un érythrénique) et le benzène.

Le cas du cyclooctatétraène de Wöllstäter, totalement différent du benzène, s'explique facilement. La molécule de ce corps n'est pas plane. La seule forme possible compatible avec les hypothèses proposées pour le carbone est formée de deux tronçons qui sont dans des plans différents, à 120° l'un sur l'autre. Il ne peut s'établir de résonance dans ce système qui doit être comparé à deux groupements érythréniques (avec en plus une torsion pour les carbones qui sont sur l'arête du dièdre). Les propriétés d'addition sont très marquées.

La même théorie rend compte des propriétés des autres carbures aromatiques à noyaux condensés : naphtalène, anthracène, phénanthrène, etc., 10 et 14 électrons de deuxième espèce. Comparer aux sous-couches *d, f*, des atomes).

S'appuyant sur les résultats d'Hückel relatifs au triphénylméthyle, elle permet d'expliquer simplement les propriétés spéciales des 9.10 diarylanthracène et des rubènes.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur un cas de polymorphisme par passage progressif d'un arrangement cristallin à un autre plus symétrique, observé sur la leucite.* Note de M. **Jean Wyart**, présentée par M. Charles Mauguin.

J'ai montré (1) que les cristaux naturels de leucite $KAlSi^2O^6$, d'apparence cubique, sont en réalité constitués par des cristallites quadratiques associés suivant des lois géométriques précises, telles que les prévoit la théorie des macles de Mallard et G. Friedel.

Un pinceau de rayons X (K_α du cuivre), frappant les faces du pseudocube, donne toujours deux taches de diffraction, mettant ainsi en évidence deux systèmes de plans réticulaires (100) et (001) des cristallites quadratiques dont les périodes sont

$$a = 12{,}95\ \text{Å}, \quad c = 13{,}65\ \text{Å}.$$

Il résulte des travaux de C. Klein (1884) et des nombreux expérimentateurs qui l'ont suivi, que les anomalies optiques de la leucite disparaissent à haute température ; le minéral serait alors cubique. La température de la transformation, déterminée par la perte de la biréfringence, est très différente, suivant les auteurs (430° Klein, 500° Tschermak, 560° Mügge, 714° F. Rinne et R. Kolb).

J'ai déterminé, au moyen des rayons X, les modifications du réseau cristallin sous l'action de la chaleur en me servant du dispositif suivant. Le cristal est collé, par un ciment réfractaire, à une mince tige de silice montée sur un spectrographe à rayons X. Un petit four électrique, tube de silice calorifugé dans lequel est enroulée une résistance électrique, est disposé verticalement au-dessus du cristal, suivant l'axe de rotation du spectrographe. Un courant d'air, de débit constant, traverse le four et baigne le cristal. On peut réaliser avec cet appareil des clichés de cristal tournant, où le cristal, de petites dimensions, est porté à des températures pouvant atteindre 800°, qu'on peut préciser à quelques degrés près.

On observe, sur les diagrammes, pris à des températures de plus en plus élevées, une diminution progressive de l'intervalle qui sépare les deux taches de diffraction (100) et (001) des cristallites quadratiques. Ces deux taches deviennent très voisines, puis se confondent à 625°. A partir de

(1) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 938.

cette température les diagrammes se simplifient : le cristal hétérogène, formé de cristallites quadratiques, est devenu homogène et cubique.

La différence (c-a), entre les deux périodes principales de la maille quadratique, diminue d'abord linéairement en fonction de la température, puis plus rapidement à partir de 575°. Voici quelques valeurs de (c-a) pour différentes températures :

T.	20°.	290°.	440°.	520°.	625°.
c-a, en Å	0,70	0,55	0,45	0,37	0

Les valeurs suivantes des paramètres aux diverses températures montrent que le phénomène consiste en une contraction progressive des cristallites dans la direction de leur axe quaternaire, en une dilatation dans les directions perpendiculaires.

T.	20°.	290°.	520°.	625°.	750°.
a, en Å	12,95	13,08	13,18	13,40	13,45
c, en Å	13,65	13,63	13,55	13,40	13,45

Par refroidissement, le cristal repasse par les mêmes états sans retard appréciable. Les périodes principales des cristallites sont uniquement fonction de la température. Je n'ai pas retrouvé trace de l'hystérésis signalée par F. Rinne et R. Kolb ([2]).

Ainsi, alors que les transformations polymorphiques réversibles se réalisent habituellement de façon discontinue, à une température où deux variétés cristallines peuvent coexister en équilibre, la leucite passe d'une façon continue de la forme quadratique à la forme cubique.

La transformation commence dès la température ordinaire, comme le montrent les valeurs anormalement grandes des coefficients de dilatation, calculées entre 20° et 520° où la dilatation est sensiblement linéaire ($35 . 10^{-6}$ pour a, $-15 . 10^{-6}$ pour c); elle s'accélère à partir de 575° pour se terminer à 625°.

La transformation se fait avec une absorption de chaleur qui peut être révélée, dans sa partie accélérée, par une analyse thermique différentielle, pourvu que celle-ci soit réalisée avec une vitesse d'échauffement suffisamment grande. Avec une élévation de température de 800° en 45 minutes, on obtient une courbe qui présente, entre 575° et 625°, une sinuosité mettant en évidence une absorption appréciable de chaleur. Avec un refroidissement de même vitesse on observe, dans le même intervalle de tempéra-

([2]) *N. Jb. Mineralogie*, 1910, II, p. 154.

ture, une sinuosité manifestant un dégagement de chaleur; la réversibilité du phénomène, qu'indiquent les diagrammes de rayons X, est, ici aussi, nettement révélée. Pour des vitesses d'échauffement et refroidissement un peu plus lentes, les sinuosités entre 575° et 625° s'atténuent; elles disparaissent pour une vitesse d'échauffement et de refroidissement de 800° en 100 minutes, ce qui n'aurait pas lieu si la transformation comportait une discontinuité nette.

GÉOLOGIE. — *Le Trias et le Lias de Menaa, dans l'Aurès (Algérie).* Note de M. **Robert Laffitte**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Trias de Menaa (Aurès), figuré pour la première fois, en 1934, sur la feuille géologique au 1/500000ᵉ Constantine-Nord avec un tracé schématique, est représenté par des argiles bariolées, des gypses et des dolomies non fossilifères. Ce Trias est situé (voir la figure) sur le flanc nord-ouest de l'anticlinal du Dj. el Azereg, formé lui-même par une série complète, depuis le Kimeridgien jusqu'au Lutétien, relevée à la verticale et dont l'épaisseur atteint 6^{km}.

Le cœur de l'anticlinal est formé par le Kimeridgien inférieur ployé en voûte. Le Trias qui n'affleure pas sur l'axe même du pli n'entre donc pas en contact avec cette assise; par contre, aux environs du village de Narah, il constitue un affleurement dans les marnes kimeridgiennes supérieures au contact des dolomies du Portlandien.

La continuité des assises portlandiennes auréolant le Kimeridgien est presque complète sauf en un point où s'intercale un affleurement triasique de 300^{m} sur 100, allongé perpendiculairement par rapport aux assises jurassiques. Les marnes du Valanginien s'étirent de part et d'autre de l'accident triasique et les calcaires et grès de l'Hauterivien arrivent ainsi au contact des dolomies portlandiennes.

Plus haut dans la série, la continuité de l'Hauterivien et des quartzites du Barrémien est à peine interrompue sur une centaine de mètres par une *apophyse* triasique se rattachant à la partie principale de l'affleurement. Celui-ci se développe plus largement au niveau des étages Aptien et Albien, qu'il interrompt sur environ 4^{km}. Mais c'est à la hauteur des étages Cénomanien, Turonien et Sénonien inférieur qu'il se développe le plus : il affleure là sur 10^{km} de longueur. Par contre, les calcaires massifs du Maestrichtien, ainsi que le Nummulitique, ne sont pas affectés par cet accident.

Après le dépôt des terrains qui viennent d'être cités la région fut plissée entre le Lutétien et le Burdigalien. Cette phase majeure de plissement était terminée au Miocène; le Trias se trouvait mis en place à peu près comme nous le voyons aujourd'hui et l'érosion avait déjà décapé le pays

puisque nous voyons le Burdigalien transgressif reposer sur tous les terrains antérieurs indistinctement, jusqu'au Jurassique.

Le Miocène débute presque toujours par un conglomérat de base, mais de plus un poudingue continental s'intercale par place entre la série secondaire et le Miocène; il est parfois incliné vers le Trias, soit qu'il se soit formé dans cette position inclinée, soit plutôt qu'il ait été redressé au cours



t, Trias; J^{6a}, Kimeridgien inférieur; J^{6b}, Kimeridgien supérieur; J^7, Portlandien; C_V, Valanginien; C_{IV}, Hauterivien; C_{III}, Barrémien; C_{I-II}, Aptien; C^{1-3}, Albien; C^4, Cénomanien; C^7 Campanien; C^8, Maestrichtien; *e*, Eocène; O-*m*, Oligocène; *m*, Aquitanien; m_1, Burdigalien; m_2, Helvétien; A, éboulis, brèches de pente.

d'une phase de plissement plus récente, car le Trias semble parfois le recouvrir légèrement.

Le Miocène n'est pas véritablement plissé; resté horizontal partout où il avait un substratum solide, il a seulement été plissoté au contact du Trias par suite de la mobilité de ce terrain.

Le problème qui se pose relativement au Trias est celui de sa mise en place. Ce terrain se présente en effet dans un flanc d'anticlinal au milieu de couches redressées à la verticale dont il semble avoir pris localement la place. La seule chose que l'on puisse affirmer, c'est qu'il a cheminé de bas

en haut à travers les sédiments plus récents et qu'il est enraciné sur place. En voici les raisons :

1° Le Trias se trouve au fond d'une dépression dominée de toutes parts par les terrains plus récents et d'où la rivière ne s'échappe qu'à travers des gorges fort étroites. Le contact entre le Trias et les autres terrains secondaires paraît toujours vertical.

2° J'ai découvert à environ 1^{km} à l'Ouest du village de Menaa deux lambeaux de schistes toarciens, d'à peine 10^{m} de diamètre, emballés dans le Trias, datés par la présence de *Posidonomya* (*Steinmannia*) *Bronni* Voltz (détermination due à M. L. Guillaume), *Phylloceras* sp., *Lytoceras* sp.; *ce sont les seuls représentants du Lias dans l'Aurès*. Ils ne peuvent venir que de la profondeur, car ce faciès est inconnu dans le Lias des massifs avoisinants (monts du Bellezma) qui est calcaire.

Le Trias est donc monté à travers une couverture très épaisse, en entraînant des lambeaux des couches traversées et en se substituant aux terrains dont il prenait la place par des processus difficiles à imaginer, probablement en les refoulant vers le haut. Ces phénomènes se produisirent au moment de la phase de plissement majeure de la région, c'est-à-dire entre le Lutétien et le Burdigalien et probablement au début de ce laps de temps.

GÉOLOGIE. — *Sur la nature des dislocations profondes dans la partie centrale du Prérif (Maroc)*. Note de M. **Jean Lacoste**, présentée par M. Charles Jacob.

Étudiant le bord nord du sillon prérifain, unité structurale située à la partie marginale de la chaîne rifaine, j'y avais précédemment reconnu la présence de massifs jurassiques (alignés sur le cours du Moyen-Ouerrha), se présentant souvent comme des klippes de profondeur, plus ou moins décollés ou chevauchants, témoignant que s'étaient produits le long de ce bord, outre des passages très nets de faciès, des dislocations profondes [1]. Vers l'Ouest, à mesure que s'ennoie la chaîne, cette ligne de contact anormal, qui correspond approximativement à la limite de la zone du

---

[1] J. Lacoste, *Études géologiques dans la région rifaine méridionale* (Maroc), 2 vol. *Notes et Mémoires du Service des Mines du Maroc*, n° 31, et *Thèses Sciences*, Paris, 1934, p. 552.

flysch, est encore jalonnée (en direction d'Ouezzane) par des lames de sel, blocs de basalte et de schistes métamorphiques signalés sur la carte de M. J. Bourcart. L'énorme dénivellation (de l'ordre de 2000^m) entre la zone du flysch et le sillon est d'autant plus accusée qu'il y a, dans des proportions difficiles à préciser, chevauchement de l'une sur l'autre.

D'autre part la bordure méridionale du sillon révèle à la fois les dislocations brisantes décrites par F. Daguin au flanc des rides prérifaines et le chevauchement des masses marneuses du sillon sur l'enveloppe miocène de ces rides d'avant-pays.

Entre les deux lignes Nord et Sud de contacts anormaux on ne pouvait, sous l'épaisse couverture marneuse, vérifier les effets profonds de la compression subie par le sillon, et j'avais noté ce fait dominant qu'est l'opposition entre l'intensité des pressions tangentielles et le peu d'importance des déplacements relatifs (²).

Les résultats d'un sondage récent (³) éclairent ce problème. Situé dans le sillon aux abords de l'oued Zegotta à 6^{km} du flanc des rides prérifaines (Tselfat), il en a atteint les horizons (Miocène inférieur et Jurassique) après avoir dû traverser 1840^m de terrains chevauchants (Crétacé marneux et Oligocène pincé dans sa masse) et sans avoir retrouvé, entre le Miocène et le Jurassique du substratum, de terrains crétacés et nummulitiques, constituant pourtant la lame chevauchante.

Nous trouvons donc en profondeur un déplacement notable que, dans cette région prérifaine située entre l'Atlantique et Fès, cependant levée en détail, aucun dispositif de surface (fenêtre ou *rentrant*) n'avait permis de soupçonner au sein des séries souples du sillon.

Bien que diverses modalités du recouvrement nous échappent encore, en particulier la continuité de la lame chevauchante sur 6^{km} de profondeur, nous pouvons admettre que le matériel du sillon, très comprimé ou écrasé, a été chassé au Sud et d'autant plus facilement déplacé vers la périphérie de la chaîne qu'il est très plastique. Il en résulte un style d'avant-fosse, avec formation d'écailles ou nappes-écailles dont les plans de chevauchement paraissent, près de la surface, très redressés, du fait des résistances opposées par l'avant-pays, mais qui en profondeur, s'inclinent plus obliquement. On observe d'ailleurs que ces plans ont tendance à se redresser à

(²) *Thèse* citée, p. 548 et 644.

(³) Sondage de Gueddara effectué par le Bureau de Recherches et Participations Minières du Protectorat.

mesure que la chaîne s'ennoie de l'Est vers l'Ouest, jusqu'à devenir verticaux ou même rebroussés à l'Ouest, dans le Rharb.

Ces *plans de fuite*, le long desquels se produisent des entraînements de matériel plastique salifère et des arrachements de matériel plus résistant, décomposent-ils le sillon en une série d'éléments tectoniques, sortes de coins qui, poussés du Nord au Sud et de bas en haut, tendent ainsi à échapper à la pression ; ou bien ces différents plans se rejoignent-ils en profondeur, au niveau du Trias par exemple, pour ne former, comme je l'ai évoqué par analogie avec les Subcarpathes roumaines et la Tunisie ([4]), qu'un seul plan de décollement ?

Il est possible que, de l'Ouest vers l'Est, il y ait passage de l'un à l'autre de ces styles : car de même que les chevauchements et décollements se sont montrés plus accusés vers l'Est (Senhadjas), de même le raccourcissement du socle et la tendance des plis à se ranger parallèlement à la direction du bord atlasique témoignent, dans la région étudiée par J. Marcais ([5]), de *l'exaltation* que j'avais considérée comme probable à l'aile de ce plissement encadré ([6]).

On peut remarquer en outre, d'une part, que ces observations obtenues par sondage sur le centre prérifain trouvent aisément leur explication dans les notions de compressions et déplacements plus accusés établis aujourd'hui dans le Rif du Nord (chaîne calcaire) par M. P. Fallot ([7]), et, d'autre part, qu'il s'agit, en tout état de cause, dans ce centre prérifain, d'un style d'écailles ou de nappes-écailles plus ou moins poussées et couchées sur l'avant-pays et non d'un dispositif obtenu par le déroulement de grandes nappes depuis les zones les plus internes de la chaîne.

([4]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 112; **203**, 1936, p. 245.

([5]) J. Marcais, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 2003.

([6]) *Études sur le Rif Méridional*, p. 549 et 646.

([7]) *Essais sur la géologie du Rif septentrional, Notes et Mémoires du Service des Mines et de la Carte géologique du Maroc*, 1937.

BOTANIQUE. — *Sur l'identité de l'*Hymenoclonium serpens (*Crouan*) *Batters et du protonéma du* Bonnemaisonia asparagoïdes (*Woodw.*) *C. Ag.* Note de M. **Jean Feldmann** et Mlle **Geneviève Mazoyer**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Sous le nom de *Callithamnion serpens*, les frères Crouan (1) décrivirent en 1859 une petite Rhodophycée draguée aux environs de Brest, formant de petites lames étalées sur des fragments de verre et constituée de filaments cellulaires régulièrement ramifiés à rameaux opposés et plus ou moins cohérents entre eux en une lame monostromatique. Ultérieurement Batters (2), en 1895, ayant retrouvé la même algue à Plymouth, créa pour elle le genre *Hymenoclonium* qui fut généralement adopté et placé dans l'ordre des Céramiales, famille des Céramiacées, au voisinage des *Antithamnion*, dont il se rapproche par le mode de ramification.

L'*Hymenoclonium serpens* a été retrouvé dans la Méditerranée à Naples par Funk. Nous l'avons observé assez abondamment en dragage à Banyuls-sur-Mer (Pyrénées-Orientales) pendant l'été.

Nos échantillons de Banyuls correspondent bien à ceux décrits et figurés par Crouan, Batters et Funk; ils présentent de plus une particularité qui n'avait pas encore été observée jusqu'ici; c'est la présence de cellules sécrétrices à contenu réfringent (ioduques) situées à la face supérieure et dans la partie distale des cellules des filaments principaux du thalle. Ces ioduques rappellent par leur situation et leur aspect ceux du *Trailliella intricata* Batt. De plus, dans des échantillons récoltés en été, nous avons souvent observé des filaments dressés au-dessus du substratum et issus de la lame rampante, analogues à ceux considérés par V. Schiffner (3) comme caractéristiques de son *Hymenoclonium adriaticum* qui ne nous paraît être qu'un état plus développé de l'*Hymenoclonium serpens*.

Ayant étudié à Alger, au printemps dernier, le mode de développement des carpospores du *Bonnemaisonia asparagoides* (Némalionale), nous avons été frappés de l'identité de structure du protonéma de cette algue tel que

(1) Crouan (frères), *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 4e série, **12**, 1859, p. 259.

(2) E. A. L. Batters, *Ann. of Bot.*, **9**, pl. XI, 1895, p. 307-321.

(3) *Wissenschaftliche Meeresunters.*, N. F., **11**, Abt. Helgoland, h. **2**, 1915, p. 141.

nous l'avons obtenu en culture avec celle de l'*Hymenoclonium serpens* observé dans la nature.

Le développement des spores de *Bonnemaisonia asparagoides* a déjà été étudié par divers auteurs (Golenkin, Kylin, Chemin). La spore se cloisonne d'abord en formant une masse hémisphérique de laquelle naît un protonéma rampant identique à l'*Hymenoclonium repens*. Alors que Chemin ([1]) indique que le protonéma de *Bonnemaisonia* est dépourvu d'ioduques, nous en avons observé dans nos cultures âgées de deux mois, et constaté que leur forme et leur situation étaient identiques à ceux de l'*Hymenoclonium*.

Dans ces mêmes cultures, nous avons observé la destruction progressive du massif cellulaire hémisphérique primitif, que nous n'avons pas retrouvé dans les *Hymenoclonium* observés dans la nature.

La ressemblance absolue de forme, de dimensions et de structure que nous avons constatée entre les *Hymenoclonium serpens* trouvés dans la nature et les protonémas obtenus en culture à partir des carpospores de *Bonnemaisonia*, ne nous laisse aucun doute sur l'identité de ces deux plantes. Le genre *Hymenoclonium* Batters doit donc disparaître de la nomenclature.

De nouvelles recherches sont à faire pour établir la manière dont naît le *Bonnemaisonia* à partir de son protonéma. Sur les protonémas récoltés en été à Banyuls, nous avons observé, à l'extrémité des filaments dressés, des cellules renflées, sphériques, qui sont peut-être des monosporanges. Néanmoins, leur contenu non différencié et le fait que nous n'avons jamais observé de déhiscences rendent douteuse la nature de ces cellules. Il en est de même des prétendus tétrasporanges signalés chez l'*Hymenoclonium* par les frères Crouan, et qui n'ont pas été retrouvés depuis. Leur situation à l'intérieur des cellules du thalle est tout à fait extraordinaire, et en l'absence de nouvelles observations il est difficile d'interpréter celle des frères Crouan.

([1]) E. Chemin, *Rev. gén. de Bot.*, 49, 1937, p. 56.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'absorption atmosphérique et les coefficients d'absorption de l'ozone dans le spectre visible.* Note de MM. **Georges Déjardin, Albert Arnulf** et **René Falgon**, présentée par M. Charles Fabry.

Les coefficients d'absorption de l'ozone dans le spectre visible (région des bandes de Chappuis) ont été mesurés par Colange ([1]), l'épaisseur du gaz absorbant étant obtenue par un dosage chimique. Les valeurs ainsi trouvées ont été utilisées (Cabannes et Dufay, Gauzit, etc.) pour déduire de la densité optique de l'atmosphère, compte tenu de la diffusion moléculaire, l'épaisseur totale de l'ozone atmosphérique. Tout récemment Mme Vassy ([2]) a montré cependant que les résultats de Colange ne sont pas en harmonie avec les coefficients d'absorption mesurés par Ny Tsi-Ze et Choong Shin-Piaw ([3]) dans la région ultraviolette (bandes de Huggins). Si l'on considère ces derniers comme exacts, on obtient dans le spectre visible, et notamment entre 5400 Å et 6200 Å, des coefficients d'absorption notablement supérieurs à ceux de Colange, l'écart dépassant 30 pour 100 au voisinage du maximum principal de la courbe d'absorption.

D'autre part Vassy ([4]) a étudié quantitativement l'action de la température sur l'absorption de l'ozone dans le spectre visible, précisant à cet égard les observations qualitatives de Chappuis. Entre 5350 et 6260 Å, les coefficients d'absorption sont fortement augmentés lorsqu'on passe de $+20^\circ$ C. à -40° C., l'accroissement variant de 7 à 30 pour 100 environ. Si l'on admet, conformément à certaines déterminations récentes ([4]), ([5]), que la température moyenne de l'ozone atmosphérique est voisine de -35° C., il faut donc tenir compte de l'effet précédent pour déduire des mesures d'absorption atmosphérique la quantité totale d'ozone présente dans la haute atmosphère. En examinant le problème de l'ozone atmosphérique du point de vue purement photochimique, c'est-à-dire en faisant intervenir seulement l'absorption du rayonnement solaire par l'oxygène et l'ozone, Wulf et Mrs Deming ([6]) ont montré que l'absorption due aux bandes de

([1]) *Journal de Physique*, 6e série, 8, 1927, p. 254-256.
([2]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1413-1414.
([3]) *Chinese Journal of Physics*, **1**, 1932-1933, p. 21-33.
([4]) *Thèse de Doctorat*, Paris, 1937.
([5]) G. Déjardin, A. Arnulf et D. Cavassilas, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1000.
([6]) *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*, **41**, 1936, p. 375-378.

Chappuis joue un rôle important dans l'équilibre photochimique et la distribution verticale du gaz absorbant. Les calculs de Wulf et Mrs Deming, basés sur les coefficients de Colange, mériteraient donc d'être révisés d'après les considérations qui viennent d'être exposées.

L'étude spectrophotométrique du rayonnement direct du Soleil, effectuée dans des conditions déjà indiquées ([5]), nous a permis de calculer la densité optique de l'atmosphère dans un large domaine spectral, s'étendant des bandes de Chappuis à la grande bande de Hartley, entre 6500 et 3100 Å. Dans l'intervalle 4800-3600 Å, c'est-à-dire en dehors des régions d'absorption de l'ozone, nous avons admis que la diffusion moléculaire était seule en cause. Les courbes obtenues en portant en abscisses λ^{-4} et en ordonnées la densité optique (rapportée à la masse d'air correspondant au zénith du lieu) ne peuvent être confondues rigoureusement avec des droites. La pente moyenne augmente en effet du spectre visible à l'ultraviolet, dans le sens indiqué par l'intervention de la dispersion de l'air dans la formule théorique de la diffusion moléculaire, d'après Cabannes et Dufay ([7]). Toutefois, la variation expérimentale est un peu supérieure à la variation calculée. Entre 4000 et 3600 Å, on retrouve bien, en appliquant la formule théorique, pour le nombre de molécules par centimètre cube dans les conditions normales, la valeur $n = 2,90 . 10^{19}$, déjà obtenue par Cabannes et Dufay ([7]), ([8]). Mais si l'on considère seulement l'intervalle 4800-3800 Å, on est conduit à une valeur de n sensiblement plus grande, comprise entre 3,00 et $3,20 . 10^{19}$ ([9]).

Les bandes de Chappuis apparaissent très nettement sur les courbes d'absorption atmosphérique (ou sur les courbes en λ^{-4}). En bon accord avec les observations de Colange et de Mme Vassy, nous avons retrouvé 4 maxima principaux d'absorption vers 5350, 5700, 5975 et 6300 Å. D'autre part, en considérant successivement 7 longueurs d'onde (maxima et minima) entre 5350 et 6400 Å, nous avons calculé l'épaisseur de l'ozone atmosphérique (suivant la verticale et réduite aux conditions normales) à partir des coefficients de Colange et de Mme Vassy, et en examinant dans

---

([7]) *Journal de Physique*, 6e série, 7, 1926, p. 257-274.

([8]) J. Dufay et Tien Kiu, *Journal de Physique*, 7e série, 7, 1936, p. 198-204.

([9]) Nous avons admis, pour la pression atmosphérique à Tête-Rousse (alt. 3167m), 51cm,5, puis 51cm de mercure, ce qui entraîne une variation de n voisine de 1/100e.

Les observations photographiques de H. H. Plaskett, dans le spectre visible, telles qu'elles sont interprétées par Dufay (*Bulletin Observatoire Lyon*, 12, 1930, p. 61-64) conduisent à $n = 3,07 . 10^{19}$.

les deux cas l'influence de la température, d'après les mesures de Vassy, la température moyenne de l'ozone étant supposée égale à —35° C. Les résultats obtenus sont particulièrement homogènes (faible variation d'une longueur d'onde à l'autre) lorsqu'on choisit les coefficients de Mme Vassy corrigés de l'influence de la température. Les valeurs moyennes calculées d'après nos diagrammes, après avoir prolongé les droites de diffusion dans la région des bandes de Chappuis, sont rassemblées dans le tableau suivant :

Coefficients de	Épaisseur réduite de l'ozone atmosphérique.
	cm
Colange	0,462
Colange corrigés de l'influence de la température	0,397
Mme Vassy	0,345
Mme Vassy corrigés de l'influence de la température	0,296

Les déterminations dans la région des bandes de Huggins (coefficients de Ny Tsi-Zé et Choong Shin-Piaw) nous ont donné, pour l'épaisseur réduite de l'ozone, la valeur 0cm,290. On obtient donc sensiblement la même valeur en adoptant, dans la région des bandes de Chappuis, les coefficients de Mme Vassy et en tenant compte des observations de Vassy relatives à l'accroissement d'absorption résultant d'un abaissement de la température.

BOTANIQUE. — *Synthèse expérimentale de la forme velue de* Bromus sterilis *L. par double hybridation interspécifique*. Note de M. **Antoine de Cugnac**, présentée par M. Marin Molliard.

On a souvent tendance à négliger, dans la description systématique des Graminées, les différences spécifiques basées sur le caractère glabre ou velu des épillets ou des axes et rameaux de l'inflorescence. C'est ainsi que T. Husnot (1), après avoir signalé l'existence de formes glabres et de formes velues dans presque toutes les espèces de Bromes et de Serrafalques, ajoute : « on ne doit pas établir de variétés basées sur cette seule différence ». On sait cependant, par l'étude des races pures chez les céréales, que la pilosité des organes floraux fournit chez ces espèces des caractères très stables,

(1) *Graminées*, Athis, 1896-99, p. 69.

permettant de différencier aisément certaines variétés, dont les autres caractères distinctifs peuvent être plus difficiles à apprécier ou moins nettement discernables.

Dans ces conditions, il paraît permis de se demander si la variabilité constatée chez les Bromes ne serait pas en rapport avec la formation facile des hybrides interspécifiques, dont j'ai donné la preuve expérimentale pour diverses espèces de ce groupe ([2]), et qui se produisent vraisemblablement aussi avec une certaine fréquence à l'état naturel.

De nouvelles expériences, dont le début remonte à 1935, me permettent d'en fournir la démonstration, en ce qui concerne *B. sterilis* L.

Cette espèce, universellement répandue, se présente normalement sous une forme à épillets et pédicelles glabres, quoique très scabres, que l'on peut admettre comme typique. Mais on en décrit parfois, en outre, des variétés plus ou moins velues, considérées comme rares ou sporadiques, et le plus souvent négligées par les systématiciens. Hegi ([3]) cite cependant les noms de var. *lanuginosus* Rohlena (= var. *hirsutior* Waisbecker), et var. *velutinus* Volkart, qui paraissent s'appliquer à des formes de cette sorte.

Or, ayant eu fréquemment l'occasion d'herboriser en divers points du littoral atlantique et notamment à La Baule (Loire-Inférieure), où j'avais récolté les échantillons typiques de l'hybride décrit sous le nom de × *B. Fischeri* A. de Cugnac et A. Camus (= *B. madritensis* × *sterilis*) ([4]), je n'avais pas été sans remarquer la fréquence, dans ces mêmes localités, des formes plus ou moins velues de *B. sterilis*. C'est à de tels exemplaires que se rapporte notre description de 1931, sous le nom de × *B. Fischeri* f. *persterilis* A. de Cugnac et A. Camus. Cette attribution, basée sur la seule observation, devait rester hypothétique jusqu'à ce qu'il ait été possible de reproduire expérimentalement l'hybride et sa forme dérivée, par croisement direct des espèces parentes.

J'ai signalé en son temps l'obtention expérimentale de × *B. Fischeri* ([5]); j'indiquais dans la même Note que, malgré la stérilité de ces hybrides, il m'avait été possible d'en obtenir un caryopse bien constitué, par pollinisation artificielle au moyen de *B. sterilis*. L'origine de l'hybride qui fournit cet unique grain était *B. madritensis* ♀ × *sterilis* ♂.

La plante, développée à partir de ce grain, semé au début de cette

---

([2]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1040; **203**, 1936, p. 115; **205**, 1937, p. 496.

([3]) *Fl. Mittel-Europa*, **1**, 1906, p. 362.

([4]) A. de Cugnac et A. Camus, *Bull. Soc. bot.*, **78**, 1931, p. 339.

([5]) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 115.

année, après une longue période végétative, vient de donner récemment trois chaumes florifères.

Les caractères de la panicule et des épillets sont ceux de *B. sterilis* : les pédicelles sont longs et très fins, pendants en tous sens, les étamines sont au nombre de trois. Mais les épillets ainsi que les pédicelles sont recouverts d'une courte pubescence, absolument semblable à celle que j'avais observée sur les échantillons spontanés de × *B. Fischeri* f. *persterilis*. Il me paraît donc permis d'affirmer que j'ai réalisé ainsi la synthèse de la forme velue de *B. sterilis*, et justifié exactement notre hypothèse de 1931.

Comme il a été souvent noté dans des expériences analogues, cette seconde génération est notablement plus fertile que la première; il s'est formé spontanément un certain nombre de caryopses, malgré la saison tardive de la floraison, et j'espère pouvoir en obtenir l'an prochain de nouveaux descendants, dont les caractères seront sans doute fort intéressants à observer, notamment en ce qui concerne la fixité de cette forme ou le retour éventuel aux parents des descendants qui en seront issus.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude caryologique de quelques espèces de* Cistus. Note de M. **Marc Simonet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Bien que les collections de la villa Thuret, à Antibes (A.-M.), soient surtout composées d'espèces exotiques, l'étude des plantes méridionales n'y a pas été pour cela négligée. Ed. Bornet, en 1860, a réuni le premier, dans la propriété de son ami G. Thuret, une belle série d'espèces de *Cistus* entre lesquelles il obtint de nombreux hybrides. A la mort de ce savant, les plantes disparurent, mais les Notes de Bornet furent publiées et complétées par Méd. Gard, d'après les exsiccata de l'Herbier Thuret et les aquarelles de Riocreux, qui ont été présentées au Palais de la Découverte de l'Exposition Internationale de 1937 [1]. Plus tard, en 1910, G. Poirault et J.-B. Texier ont réalisé de nouveau la plupart des hybrides de Bornet et quelques combinaisons nouvelles. Ce matériel, toujours vivant, n'a encore fait l'objet d'aucune investigation.

Mes recherches se rapportent aux dénombrements chromosomiques effectués, au printemps dernier, chez les espèces de *Cistus* appartenant

---

(1) *Hybrides sexuels et Mosaïques* (Exposition internationale 1937), Paris, 1937, p. 47-49.

aux collections d'Antibes. D'après la liste chromosomique établie par O. Gaiser [2] quelques numérations, aux résultats d'ailleurs contradictoires, ont déjà été faites chez les *Cistus* par A. Chiarugi, qui signalait tout d'abord $n = 8$ pour *C. salvifolius* L. (1924), puis $n = 9$ pour la même espèce et pour *C. albidus* L., *laurifolius* L., *monspeliensis* L.. et *villosus* L. (1925); alors que C. Lawrence [3] indiquait de son côté en 1930, $n = 8$ chez un *Cistus* spc. Mes recherches ont été faites dans les cellules de grains de pollen d'après la méthode au carmin-acétique de Belling décrite à plusieurs reprises ailleurs [4]; la classification adoptée est celle proposée par W. Grosser dans le *Pflanzenreich* (1903).

Dix espèces et quatre variétés ont été étudiées et $n = 9$ a été trouvé chez les *Cistus* suivants :

Section *Eucistus* Spach : *C. albidus* L., *C. heterophyllus* Desf., *C. villosus* L. var. *creticus* Boiss. (*C. creticus* L.), *C. villosus* L. var. *eriocephalus* Gross. (*C. incanus* G. et G.);

Section *Ledonella* Spach : *C. parviflorus* Lamk.;

Section *Stephanocarpus* (Spach) Willk. : *C. monspeliensis* L.;

Section *Ledonia* Dunal : *C. hirsutus* Lamk., *C. salvifolius* L. et *C. populifolius* L.;

Section *Ladanium* Spach (Willk.) : *C. laurifolius* L., *C. ladaniferus* L. var. *maculatus* Dunal et var. *albiflorus* Dunal.

Les chromosomes de toutes ces espèces sont petits et globuleux; ils ont été observés à la première et à la seconde division de maturation. Aucune anomalie, ni aucune différence notable n'a été observée dans le comportement des chromosomes aux différents stades de ces cinèses de réduction.

Ces résultats, tout en confirmant les seconds dénombrements chromosomiques effectués par A. Chiarugi, mettent surtout en évidence l'existence, fort intéressante, d'un seul nombre chromosomique chez 12 espèces ou variétés différentes de *Cistus*, montrant ainsi la remarquable fixité caryologique que peuvent présenter toutes les espèces d'un même genre à quelque section botanique qu'elles appartiennent. Or ce fait est d'autant plus remarquable que précisément dans les Cistacées, d'après Chiarugi, les genres voisins sont caractérisés par d'autres valeurs : *Helianthemum* $n = 8$ et 16, *Fumana* $n = 16$, *Tuberaria* $n = 24$.

Cette homogénéité chromosomique, bien qu'existant chez les *Pinus*, les

(2) O. Gaiser, *Bibliographia genetica*, 6, 1930, p. 171-466.

(3) C. Lawrence, *Genetica*, **12**, 1930, p. 269-296.

(4) M. Simonet, *Bull. Biol. France et Belgique*, **66**, 1932, p. 255-446.

Orchis, les *Phaseolus*, les *Ribes*, et nous l'avons signalé chez les *Lathyrus* dont les 24 espèces étudiées sont toutes à $n = 7$ (5), n'en est pas moins exceptionnelle dans le règne végétal, que d'importantes études réalisées depuis une dizaine d'années ont révélé être plutôt caractérisé par des genres composés d'espèces à nombres chromosomiques différents, variant, soit par polyploïdie (*Rosa*, *Solanum*, *Senecio* etc.), soit par aneuploïdie (*Iris*, *Carex*, etc.).

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les causes intimes de la chlorose spécifique des sols calcaires*. Note (1) de M. **Jean-Louis Vidal**, présentée par M. Émile Schribaux.

A la suite d'expériences de laboratoire, en cultivant les plantes en milieux nutritifs de composition exactement définie, MM. P. Mazé, Ruot et Lemoigne ont pu conclure que la chlorose des calcaires est due à une carence de fer insolubilisé par la chaux dans le milieu nutritif [(2) et (3)].

Cette conclusion n'est pas généralement admise comme suffisamment et définitivement prouvée par les physiologistes et les techniciens [(4) et (5)].

Une expérience réalisée à la Fondation Fougerat, en 1935-36, apporte cependant des faits qui sont favorables à la thèse de la carence de fer (6).

Une confirmation nouvelle est à tirer de cette expérience :

Sachant que les acides organiques sont de bons agents de solubilisation du fer en présence de la chaux (4), nos essais font ressortir un parallélisme complet et frappant entre l'énergie, à ce point de vue, de chaque acide, et son influence améliorative du traitement de la chlorose calcaire par le sulfate de fer appliqué en badigeonnage des plaies de taille.

---

(5) M. Simonet, *Comptes rendus*, 195, 1930, p. 738-740.

(1) Séance du 22 novembre 1937.
(2) P. Mazé, *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 902.
(3) P. Mazé, Ruot et Lemoigne, *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 781.
(4) J.-L. Vidal, *Progrès agricole*, 107, 1937, n° 2, p. 40; n° 3, p. 65.
(5) L. Hédin, *L'Agriculture pratique*, 101, n° 24, 12 juin 1937, p. 852.
(6) J.-L. Vidal, *Progrès agricole*, 106, 29 novembre 1936, p. 515.

Solutions essayées contre la chlorose.	Efficacité notée à l'œil de 0 à 20.	Efficacité par pesées de la vendange (transposées en hectolitres de vin à l'hectare).	Classement au point de vue du maintien du fer en solution en présence de la chaux.
Sulfate de fer + acide citrique	16	80	1er
» + acide tartrique	14,5	77	2e
» + acide oxalique	14	69	3e
Sulfate de fer seul	13	63	4e

D'autre part, les expériences suivantes montrent que les feuilles chlorosées des calcaires manquent seulement de fer soluble, mais non de fer total ([7]).

Dix pieds de vigne chlorotiques, numérotés de 1 à 10, ont été traités comme suit :

Le 7 mai 1937, les ceps nos 1, 2, 4, 5 et 6 ont été soigneusement dégarnis jusqu'à la découverte d'une petite racine, qui a été plongée dans un flacon de 750$^{cm^3}$ plein d'une solution d'acide citrique à 2,5 pour 100; puis le tout recouvert de terre.

Les ceps nos 3, 7, 8, 9 et 10 ont servi de témoins non traités.

Le 12 juin suivant, l'état des dix pieds de l'expérience est ainsi noté :

No 1. *Traité.* — Feuillage bien vert, surtout sur l'un des deux bras. Les feuilles du deuxième bras sont d'un vert plus clair. La répartition de la chlorophylle n'est pas uniforme comme chez les plantes normales. Sur tous les limbes plus ou moins reverdis, il existe de multiples petites plages d'un vert très foncé, formant une sorte de marbrure caractéristique. L'aspect est un peu comparable au reverdissement des feuilles ayant reçu des pulvérisations au sulfate de fer, sauf que, dans ce dernier cas, la marbrure est composée de zones vertes, arrondies, petites, concentriques au point touché par la solution; tandis que dans notre expérience les zones les plus vertes sont irrégulières de forme et en surface, généralement beaucoup plus étendues, et semblent avoir pour génératrices les petites nervures qui les traversent.

Les autres pieds traités, nos 2, 4, 5, 6 se sont comportés comme le no 1.

Nos 3, 7, 8, 9 et 10. *Témoins non traités.* — Tous cinq, nettement atteints de chlorose généralisée. Absence de plages plus foncées sur les feuilles restées plus ou moins vertes.

L'acide citrique, absorbé par la racine, a donc joué un rôle comparable au traitement par pulvérisations des feuilles avec une solution de sulfate

---

([7]) Opinion émise dans notre travail cité ([4]).

de fer. L'acide citrique étant grand mobilisateur du fer insolubilisé par la chaux ([8]), on peut admettre qu'il a procuré aux feuilles des ceps traités le fer soluble qui leur faisait défaut. Et il n'a pu le faire qu'en dissolvant le fer contenu dans les tissus de la plante même.

On peut objecter : rien ne prouve que l'acidité de l'acide citrique n'a pas agi seule, en tant qu'acidité, sans faire intervenir obligatoirement le fer.

L'expérience suivante répond à cette objection :

Quatre rameaux de lierre très chlorosés sont mis à tremper par leur base dans quatre flacons contenant : le premier, de l'eau de source ; le deuxième, une solution d'acide citrique ; le troisième, une solution d'acide acétique ; le quatrième, une solution d'acide chlorhydrique.

Ces solutions sont de concentrations le moins éloignées possible les unes des autres.

Au bout de 15 jours, la branche du flacon n° 2 (acide citrique) émet de nouvelles feuilles d'un vert brillant très intense. Les trois autres sujets émettent aussi des feuilles nouvelles, mais d'un vert mat, très pâle, presque jaune.

L'acide citrique, de beaucoup le meilleur mobilisateur du fer insolubilisé dans les tissus, a provoqué, chez le lierre chlorosé, un très fort et très net reverdissement.

Les autres acides n'ont amené qu'un reverdissement très peu marqué, dépassant à peine celui de la branche alimentée par de l'eau de source pure.

Il nous semble donc que dans ces faits différents on peut trouver confirmation de ce que :

1° la chlorose calcaire est bien due à une carence de fer par insolubilisation de ce dernier, surtout dans les tissus malades ;

2° le fer total présent dans les plantes chlorosées des calcaires est suffisant pour les besoins de ces plantes, lorsqu'il est mobilisé par l'acide citrique et rendu ainsi utilisable.

([8]) J.-L. Vidal, *Progrès Agricole*, 107, 1937, n° 2, p. 43.

CYTOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur l'histophysiologie du corps adipeux et des tissus ectodermiques du Bombyx du mûrier pendant la mue.* Note de M. **André Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

J'ai établi, en collaboration avec R. Noël ([1]), que le chondriome prend une part active à la formation des plastes albuminoïdes qui apparaissent en grand nombre pendant la mue dans les cellules adipeuses et les micronucléocytes du sang des chenilles de Lépidoptères, en particulier, de celles du Bombyx du mûrier et de *Pieris brassicæ*.

Les nouvelles recherches d'histophysiologie que j'ai entreprises depuis deux ans chez le Bombyx du mûrier m'ont fait constater que les plastes albuminoïdes des cellules adipeuses n'ont pas tous pour origine le chondriome, mais sont constitués en partie par des nucléoles émigrés du noyau.

L'examen de coupes de Vers à soie fixés à différents stades de la mue montre que les nucléoles, c'est-à-dire les éléments acidophiles du noyau, émigrent vers la périphérie de celui-ci et s'aplatissent contre la surface externe; ils se présentent alors sous l'aspect de fuseaux renflés. Un certain nombre d'entre eux peuvent être observés à moitié engagés dans la couche cytoplasmique environnante. On constate d'autre part que le nombre des inclusions cytoplasmiques croît à mesure que celui des nucléoles diminue. Le noyau participe donc directement à l'élaboration des plastes albuminoïdes intracellulaires. On peut se demander si cette élaboration doit être assimilée à une sécrétion intervenant directement dans le phénomène de la mue ou si l'on a affaire à un processus excrétoire; la question n'a pu encore être tranchée.

Vers la fin de la mue, on assiste à une reconstitution des nucléoles à partir des grains chromatiniens : un certain nombre d'entre eux deviennent franchement acidophiles et tendent à fusionner par petits groupes qui prennent progressivement la forme et l'aspect des nucléoles. Les figures sont particulièrement démonstratives après fixation par le formol salé, suivie de post-chromisation, et coloration des coupes suivant la méthode de Champy-Kull. Les processus qui se déroulent dans les cellules adipeuses présentent de grandes analogies avec ceux que R. Noël et moi avons étudiés dans les glandes séricigènes du Ver à soie au cours de l'élaboration de la soie ([2]).

([1]) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1044.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **97**, 1927, p. 764.

Les plastes albuminoïdes qui se forment également dans les cellules sanguines et plus particulièrement dans les micronucléocytes, au début de la mue, ont une origine toute différente : je n'ai pas observé en effet de modification sensible dans le nombre et l'emplacement des nucléoles de ces éléments au cours de l'élaboration des plastes. Le chondriome seul participe donc à cette élaboration.

Les cellules adipeuses ne se chargent pas seulement de plastes albuminoïdes pendant la mue, mais également de glycogène. Tahir, n'ayant pu mettre en évidence le glycogène dans les cellules de l'épiderme, avait émis l'hypothèse, en 1929, que le glycogène des cellules adipeuses participe à l'élaboration de la nouvelle couche chitineuse. Cette opinion est erronée : l'emploi d'une nouvelle technique de fixation mise au point par H. Gendre (3) et basée sur le rôle fixateur de l'acide picrique vis-à-vis du glycogène mis en évidence par J. Pasteels et G. Leonard (4), m'a permis de démontrer que la chitine tire son origine du glycogène des cellules épidermiques. Si l'on fixe des vers à soie au début de la mue dans un liquide de Bouin où l'eau saturée d'acide picrique est remplacée par de l'alcool à 90° saturé d'acide picrique et qu'on colore les coupes par la solution iodo-iodurée de Lugol ou le carmin de Best, on constate la présence, dans la plupart des cellules épidermiques, de vacuoles plus ou moins volumineuses renfermant du glycogène colorable en brun acajou par l'iode ou en rouge par le carmin. Le glycogène, placé tout d'abord au voisinage immédiat du noyau, ce qui laisse supposer que cet organite joue un rôle actif dans sa formation, émigre ensuite vers l'emplacement de la nouvelle cuticule et participe directement à l'élaboration de la chitine.

Des constatations analogues ont été faites au niveau des différents épithéliums d'origine ectodermique recouverts d'une cuticule chitineuse comme la couche péritrachéale et l'épithélium des intestins antérieur et postérieur.

Une émigration nucléolaire a été constatée au niveau de l'épiderme et de la couche péritrachéale; mais les nucléoles émigrés du noyau ne séjournent pas dans le cytoplasme et sont expulsés au dehors. Comme dans les cellules adipeuses, il y a reconstitution des nucléoles aux dépens des grains de chromatine. Le rôle de la charge nucléaire observée dans l'épiderme n'a pu être déterminé avec certitude; il s'agit vraisemblablement d'un phénomène d'excrétion.

---

(3) *Bull. Hist. appl.*, **14**, 1937, p. 262-264.

(4) *Hist.*, 12, 1935, p. 293-299.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Variétés pigmentaires de* Bulinus (Isidora) contortus *Mich.*; *leur intérêt dans l'analyse génétique des processus de fécondation.* Note de M. **Marc de Larambergue**, présentée par M. Maurice Caullery.

Au cours de mes recherches, j'ai constaté l'existence de deux variétés pigmentées chez *Bulinus contortus*; ce Pulmoné peut avoir, suivant les cas, un manteau dépourvu ou constellé de taches noires, particulièrement nettes dans la zone marginale. Ce caractère est peu visible, sur le vivant, chez les adultes récoltés dans la nature, dont le test est souvent presque opaque; mais la coquille reste mince et transparente chez les jeunes obtenus en élevage et les taches sont très facilement discernables au binoculaire ou à l'œil nu, lorsque leurs dimensions sont suffisantes.

Dans les deux types, les yeux sont intensément pigmentés et la teinte générale du corps, d'un brun rouge foncé, est due à la couleur du sang (rouge comme chez les Planorbes) et au pigment mélanique accumulé sous formes de sphérules dans les cellules conjonctives et les tissus qui tapissent la cavité générale et les lacunes. Les travées conjonctives, dans l'épaisseur du manteau, contiennent également du pigment; mais, dans le type *non tacheté*, l'épithélium externe, appliqué sous la coquille, est dépourvu de pigment noir dans toute la région marginale et ses cellules n'en contiennent que quelques traces au-dessus du rein et du plafond de la cavité pulmonaire. Dans le type *tacheté*, au contraire, se rencontrent des zones nettement délimitées, dans lesquelles les cellules sont bourrées de sphérules accumulées dans le cytoplasme; chacune de ces zones correspond macroscopiquement à une tache.

Ces variétés ne diffèrent pas entre elles par la pigmentation générale du corps (qui s'établit progressivement au cours du développement et dont l'intensité varie avec la température d'élevage et la rapidité de croissance), mais seulement par l'accumulation localisée de pigment sur le manteau, déjà caractéristique quelques jours après l'éclosion, chez les jeunes tachetés.

Dans les élevages autogames, ces deux types pigmentaires se sont montrés constants. A partir de ma première souche marocaine, je n'ai obtenu que des non tachetés; par contre, les Bulins que j'ai reçus plus tard, de Dakar, étaient tous tachetés et appartenaient à une race tachetée pure. Parmi les sujets récoltés au Caire, où la population est mélangée (20 pour 100 environ de non tachetés), j'ai reconnu l'existence d'homozygotes des deux variétés et d'hybrides naturels tachetés.

Des croisements expérimentaux m'ont permis de vérifier que la forme

tachetée se comportait comme déterminée par un facteur mendélien, dominant sur son allélomorphe non tacheté.

Suivant l'usage, je désignerai ces facteurs par les symboles T (tacheté) et t (sans taches). Quel que soit le sens du croisement, ♀ $TT \times tt$ ou ♀ $tt \times TT$, les hybrides Tt sont tachetés et il me paraît impossible de les distinguer phénotypiquement de la forme homozygote dominante. Ils donnent, par autofécondation, une transcendance F_2 où reparaît le type récessif dans les proportions de segrégation caractéristiques du monohybridisme 1 : 3.

Ainsi, 23 hybrides ont donné, sur un total de 2462 descendants F_2 :

proportions observées : 1844 tachetés, 618 non tachetés;
proportions théoriques : 1846,5 » 615,5 » déviation ± 2,5.

8 F_2 non tachetés ont donné un total de 503 tt;
sur 8 F_2 tachetés, 2 ont donné respectivement 103 et 58 TT;
les 6 autres : 257 tachetés, 84 non tachetés, sur 341;
proportions théoriques : 255,75 » 85,25 » déviation ± 1,25.

On peut comparer ces deux variétés, au point de vue de leur comportement génétique, au couple formé, chez certaines espèces, par le type normal pigmenté et le mutant albinos; dans le cas de *Bulinus*, elles offrent un moyen sûr d'analyser les processus de fécondation.

J'ai effectué, dans ce but, un certain nombre de croisements du type ♀ $tt \times TT$ entre les différentes races en cultures. Les jeunes hybrides tachetés sont facilement reconnaissables et leur présence, parmi les non tachetés provenant de l'autofécondation, indique l'extension et la durée de la fécondation croisée. Les premières pontes qui succèdent au croisement, produisent parfois exclusivement des tachetés, le plus souvent une forte proportion, qui diminue progressivement par la suite. Dans un cas, des hybrides apparaissaient encore 12 semaines après le croisement, dans les pontes du parent, qui avait donné naissance, pendant cette période, à 184 Tt et 53 tt. Ce qui révèle le pouvoir fécondant des spermatozoïdes étrangers.

Les croisements réalisés en combinant les caractères pigmentaires et phalliques, confirment les résultats exposés dans mes Notes précédentes [1]. Les hybrides F_1, décelés par leur pigmentation, peuvent être du type A ou B, mais donnent tous, en F_2, 4 types de descendants : A et B tachetés, A et B sans taches. Les A et B apparaissent en F_2 suivant des proportions variables comme je l'ai indiqué, indépendamment des types

(1) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 977 et 205, 1937, p. 936.

de pigmentation, pour lesquels la ségrégration 3 : 1 se vérifie, indiquant la libre combinaison des gamètes, suivant les lois du hasard, dans l'autofécondation des hybrides isolés.

Il était intéressant de rencontrer, chez *Bulinus*, à côté des caractères phalliques, qui sont une expression phénotypique labile, un caractère mendélien simple. Les recherches que je poursuis sur la fécondation et l'hérédité de l'aphallie chez *Bulinus* feront prochainement l'objet d'une publication plus détaillée.

BIOLOGIE. — *Une anomalie physiologique héréditaire chez la Drosophile.* Note (1) de MM. **Philippe L'Héritier** et **Georges Teissier**, présentée par M. Charles Pérez.

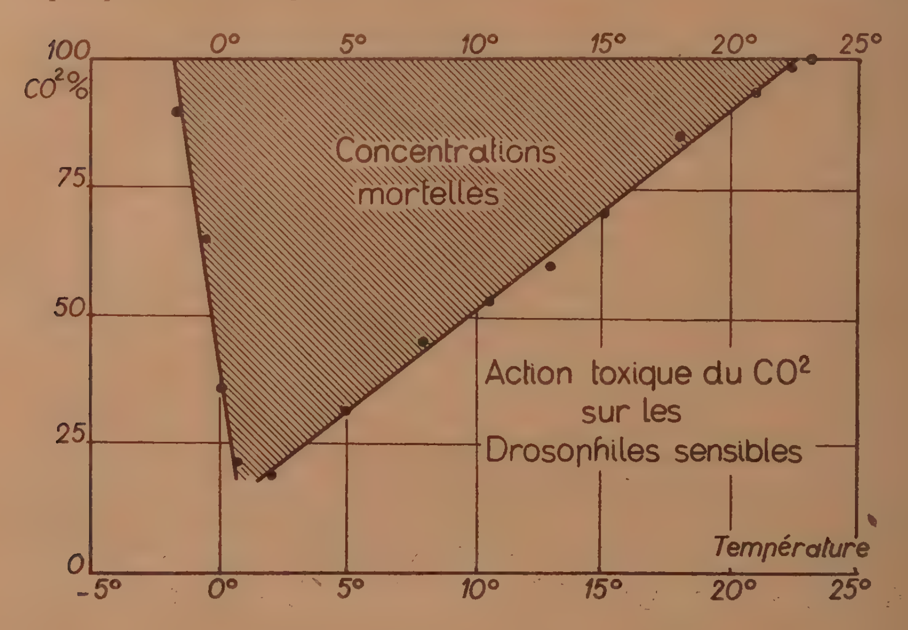
Les Drosophiles plongées dans une atmosphère riche en gaz carbonique deviennent inertes en quelques secondes. L'inertie, complète tant que les mouches restent maintenues dans cette atmosphère, se prolonge un temps plus ou moins long après leur remise à l'air libre. Mais, quels que soient l'âge et l'état de nutrition des animaux, quelle que soit, entre 0° et 30°, la température de l'expérience, quelle que soit aussi, entre quelques secondes et 5 heures, la durée de l'anesthésie, le traitement au CO^2 n'exerce aucune action durable sur les Drosophiles. Après un réveil assez brusque, elles retrouvent leur entière mobilité et un comportement parfaitement normal. Nous avons vérifié cette innocuité du gaz carbonique sur plus de 20 souches distinctes, normales ou mutantes, dont plusieurs se montrent assez peu résistantes à d'autres agents.

Une de nos souches *ebony*, que nous possédons depuis 5 ans, présente cependant une réaction tout à fait exceptionnelle à ce traitement : pour elle le gaz carbonique est un poison. Ces Drosophiles, lorsqu'elles ont séjourné même un temps court dans une atmosphère suffisamment riche en ce gaz, restent, après leur réveil, dans un état tout à fait anormal. Elles peuvent exécuter des mouvements parfois assez vigoureux, mais ces mouvements incoordonnés ne leur permettent ni le vol, ni la marche et elles ne tardent pas à mourir. Avec une concentration très forte en gaz carbonique il n'y a même plus de réveil. Nous avons étudié systématiquement à diffé-

(1) Séance du 22 novembre 1937.

rentes températures la réaction des mouches de la souche sensible à des concentrations variables de gaz carbonique.

Des essais préalables nous ont montré que la durée de séjour des mouches dans l'atmosphère étudiée ne changeait pas le résultat final de l'expérience. Nous avons tenu néanmoins à faire tous nos essais dans des conditions uniformes et maintenu chaque lot de mouches pendant 5 minutes au contact d'un mélange en proportions connues d'air et de gaz carbonique, porté à une température déterminée.



A chaque température il existe une concentration au-dessous de laquelle les Drosophiles sensibles paraissent se comporter comme les normales et ne présentent aucun signe d'intoxication. Au-dessus de ce seuil, le pourcentage des mouches intoxiquées augmente rapidement avec la concentration et, lorsque celle-ci dépasse une certaine valeur, aucun individu ne survit. C'est ainsi qu'à 5° un mélange comportant 25 pour 100 de CO^2 ne tue aucune mouche, tandis qu'un mélange à 35 pour 100 les tue toutes. A 21°, toutes les mouches survivent à un séjour dans une atmosphère à 90 pour 100 de CO^2, tandis qu'un mélange à 95 pour 100 est sûrement mortel.

Le graphique ci-dessus montre les variations en fonction de la tempé-

rature de la concentration en gaz carbonique qui entraîne une mortalité de 50 pour 100. On voit qu'entre 2° et 23° cette concentration croît linéairement avec la température. Au-dessus de 23°, il devient impossible, même en employant du CO^2 pur, de tuer les mouches sensibles qui, dès lors, ne diffèrent plus des Drosophiles ordinaires. Aux basses températures, que les Drosophiles supportent bien pendant un temps court (10 minutes au moins à — 7°), la marche du phénomène change brutalement. Au-dessous de + 0°,5 la toxicité du CO^2 diminue très vite avec la température et, à — 2° et au-dessous, il est de nouveau impossible de tuer ces Drosophiles avec du gaz carbonique.

Des expériences du même type, faites en mélangeant au gaz carbonique de l'oxygène ou de l'azote purs, nous ont montré qu'à égalité de concentration en CO^2 les trois mélanges essayés donnaient le même résultat. A 10° et 20°, nous avons vérifié que les concentrations entraînant une mortalité de 50 pour 100 étaient identiques, que l'on utilise l'air, l'azote ou l'oxygène.

Nous ne voyons actuellement aucune interprétation physiologique de ces faits. Quelques essais isolés nous portent à penser que le gaz carbonique agit sur d'autres espèces d'insectes comme il le fait sur les Drosophiles normales, et que le réaction si particulière de notre souche sensible constitue une véritable monstruosité physiologique héréditaire. Cette souche paraît ne présenter par ailleurs aucune singularité physiologique; en particulier son comportement vis-à-vis de l'anesthésie à l'éther est tout à fait normal. Nous étudions actuellement la transmission héréditaire de ce caractère physiologique qui n'est certainement pas lié au gène *ebony*. Elle paraît obéir à des règles bien définies et assez remarquables.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Isolement d'un* facteur oxydant *du sang de malades cancéreux et de sujets normaux. Déficience des sangs cancéreux en ce facteur*. Note de M. **Emile Rousseau**, présentée par M. Maurice Javillier.

En opérant sur le sang de malades cancéreux, soit au début de la formation de leur tumeur (cancer du col de l'utérus) soit présentant une tumeur très évoluée et ulcérée, malades pour la plupart opérés (électrocoagulation), cachectiques, avec ou sans métastases, nous avons observé que, dans tous ces sangs, un facteur oxydant hématique était quantita-

tivement inférieur de 20 à 30 pour 100 à celui qui existe dans le sang, pris comme témoin, de sujets normaux.

Cinquante sangs ont été prélevés par ponction aseptique (20^{cm^3}); ils ont été reçus dans une solution stérile de citrate sodique ($0^g,200$ + 5 gouttes d'eau distillée).

Une heure après la ponction, les sangs (normaux et cancéreux) furent rapidement déshydratés, en couche mince, dans un vide profond en présence de P^2O^5, et les extraits secs ont subi le traitement suivant :

Quatre grammes de chaque extrait sont finement pulvérisés en présence de 4^g de poudre de verre lavée et stérile; on glisse le mélange dans une cartouche à extraction que l'on place dans un flacon bouché à l'émeri. Sur cette poudre, on verse une quantité suffisante d'éther pur et anhydre; après 24 heures, on renouvelle l'éther et recommence pendant 5 à 6 jours, jusqu'à ce qu'une goutte d'éther filtré n'abandonne qu'une très légère tache. L'évaporation des liquides éthérés laisse un premier extrait qui, dans le cas du sang cancéreux, renferme plus de cholestérol que l'extrait du sang normal (20 à 25 pour 100).

Les poudres hématiques, privées d'éther dans le vide, subissent ensuite un traitement identique avec de l'alcool à 96°-100° lequel, par évaporation, abandonne un second résidu cireux et jaune (sels biliaires, cholestérol, acides gras, etc.) parsemé de petites particules amorphes, et celles-ci sont isolées en versant sur chaque extrait, à trois reprises, 10^{cm^3} d'éther anhydre, maintenu chaque fois 10 minutes, ensuite une même dose d'alcool 96°-100°.

Il reste, finalement, une poussière légèrement jaune qu'on reprend par 2^{cm^3} d'eau distillée qu'on évapore dans le vide (P^2O^5); on pèse ces particules. Au contact de l'eau, celles-ci donnent une pseudo-solution légèrement opalescente, floculant avec l'alcool, l'acétone, ne dialysant pas, ne donnant pas la réaction du glycogène.

Nous avons trouvé, en moyenne :

Sang normal (20^{cm^3}) : $0^g,045$ *à* $0^g,055$, *soit* $2^g,250$ *à* $2^g,750$ *pour* 1000 *de sang.*

Sang cancéreux (20^{cm^3}) : $0^g,021$ *à* $0^g,034$, *soit* $1^g,105$ *à* $1^g,700$ *pour* 1000 *de sang.*

Si l'on dissout séparément chacun des résidus isolés de ces sangs dans 5^{cm^3} d'eau distillée, qu'on prélève 1^{cm^3} de chaque liquide, qu'on ajoute à chacun 1^{cm^3} d'une solution de bleu de méthylène à 1/5000° dont 100^{cm^3} ont été décolorés par $0^g,01$ d'hydrosulfite de soude, on observe, par rapport à

un témoin (1 $^{cm^3}$ d'eau distillée + 1 $^{cm^3}$ de leuco-bleu), que la pseudo-solution du facteur de sang normal vire au bleu foncé, celle du facteur de sang cancéreux au vert clair, alors que le témoin reste incolore (10 minutes).

Ce facteur du sang normal et du sang cancéreux est thermolabile (+ 60°) et la fonction oxydante de la pseudo-solution, maintenue à la glacière (+ 4°) pendant 15 jours, s'atténue progressivement pour disparaître complètement; ce facteur renferme 60 à 62 pour 100 de cendres.

Quel qu'ait été l'état des malades cancéreux auxquels nous avons prélevé du sang, quelles qu'aient été la localisation et la nature de leur tumeur (épithélioma, carcinome, sarcome, etc.) le sang de ces malades a toujours présenté une déficience quantitative, en substance oxydante hématique, en rapport avec l'état évolutif de la néoplasie.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le mode d'action de la pepsine.* Note de M. **Jean Loiseleur**, transmise par M. Gabriel Bertrand.

La charge électrique d'un protéide est, comme on le sait, sous la dépendance de la dissociation de certains groupes ionogènes de la molécule, tels les groupes $-NH^2$ en milieu acide, les groupes $-COOH$ en milieu alcalin. L'hydrolyse diastasique, ouvrant la molécule protéique, modifie la répartition initiale de ces groupes ionogènes. Les variations correspondantes de la charge électrique sont-elles susceptibles de fournir des renseignements sur la marche de l'action diastasique ? Voici ce que répond l'expérience :

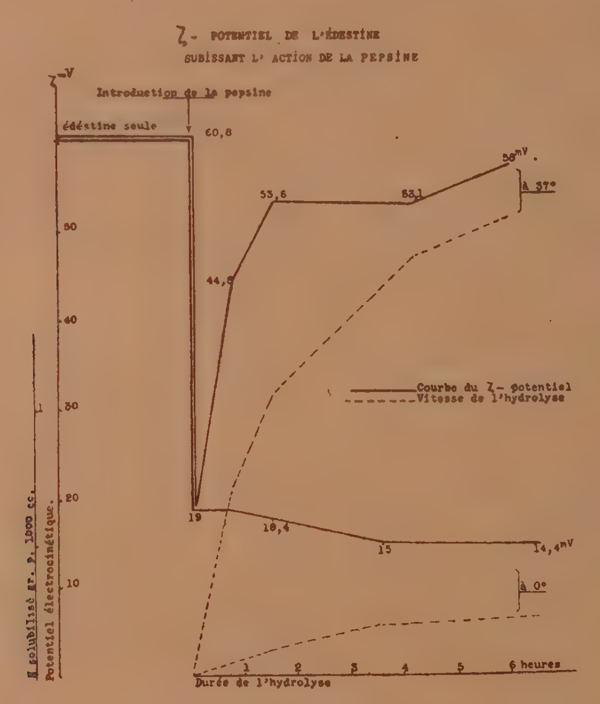
On mesure, à intervalles réguliers, le potentiel électrocinétique [1]

---

(1) Le potentiel électrocinétique a été mesuré par l'électrophorèse des protéides préalablement adsorbés sur des particules de quartz selon le procédé d'Abramson (R. Audubert, *Propriétés électrochimiques des protéines*, Paris, 1935), dans un champ de 1 volt/cm entre deux électrodes constituées par de larges plaques de platine, ces électrodes présentant une réversibilité satisfaisante sous la double condition d'opérer avec une faible densité de courant (quelques microampères par centimètre carré) et de répéter chaque mesure dans les deux sens pendant des durées égales, de façon à annuler chaque fois la polarisation. La vitesse absolue V des particules a été mesurée par la méthode de M[lle] Choucroun (*Comptes rendus*, 199, 1934, p. 36), le potentiel électrocinétique ζ étant calculé par la formule de Debye-Hückel

$$\zeta = \frac{4\pi\eta V}{D} \qquad (\eta = \text{viscosité};\ D = \text{constante diélectrique}).$$

(ce dernier proportionnel à la charge électrique mais plus directement accessible) au cours de l'hydrolyse pepsique de divers protéides (pH = 2,2, $t = 37°$), tout en suivant la marche de l'hydrolyse par voie chimique.



Or l'expérience révèle des variations caractéristiques du ζ-potentiel des protéides au cours de l'action de la pepsine (²) :

1° Dès l'introduction de la pepsine, par conséquent avant toute hydrolyse, un phénomène immédiat et constant se produit : c'est la chute brusque du ζ-potentiel. Cette chute est d'autant plus considérable que le protéide sera plus fortement attaqué par la diastase : chute de 66 pour 100 pour l'édestine, 45 pour 100 pour l'ovalbulmine, 12 pour 100 pour la gélatine, chute nulle pour la fibroïne. Cette chute immédiate se manifeste dès 0°, elle est proportionnelle à la quantité de pepsine en solution. Il va sans dire que les essais-témoins avec les constituants de la

(²) Suc gastrique pur de fistule ou *pepsinum absolutum* Merck.

réaction pris isolément, ne donnent pas lieu à une chute de potentiel mesurable.

La diminution de la charge ainsi constatée ne peut provenir que d'une diminution du nombre des groupes ionogènes dissociés : elle doit être due à l'existence d'une combinaison entre la pepsine et ces groupes. D'autre part la chute n'est jamais totale, quelle que soit la quantité de pepsine introduite : ce qui montre que certains groupes ionogènes ne se prêtent pas à cette combinaison immédiate.

2° La vitesse avec laquelle s'opère cette combinaison de la pepsine et du protéide commande la marche de l'hydrolyse. En effet, pour une grande vitesse d'hydrolyse (édestine à 37°), le ζ-potentiel rebondit proportionnellement à l'hydrolyse jusqu'à une valeur élevée. C'est donc que la formation du complexe diastase-substrat est immédiate; et la courbe de l'évolution du ζ-potentiel présente une allure explosive. Pour une vitesse d'hydrolyse médiocre (gélatine à 37°), le potentiel décroît lentement; la vitesse de la formation du complexe est alors aussi faible que la vitesse de l'hydrolyse.

3° L'hydrolyse est ainsi sous la dépendance de la combinaison initiale : pas d'hydrolyse sans chute préalable du ζ-potentiel. Inversement, les deux phénomènes peuvent être dissociés, lorsqu'on stabilise le complexe sans provoquer d'hydrolyse, soit en opérant à 0° (courbe de l'édestine à 0°) soit en soumettant au préalable la pepsine à l'action ménagée de la chaleur (1 heure à 70°) : la chute immédiate du potentiel se manifeste encore affaiblie seulement de 10 pour 100, mais la vitesse de l'hydrolyse est diminuée de 70 pour 100. Toutefois, si la pepsine est dénaturée complètement à la suite d'un chauffage prolongé et à température plus élevée, l'inactivation de la pepsine est totale. Dans ce cas on n'observe ni action d'hydrolyse, ni action sur le potentiel.

En résumé, l'évolution du potentiel électrocinétique d'un protéide soumis à l'action de la pepsine confirme l'hypothèse souvent émise et selon laquelle la protéolyse est précédée de la fixation de la pepsine sur le protéide.

PROTISTOLOGIE. — *Les chromosomes spiraux de la première mitose schizogonique du Foraminifère* Patellina corrugata *Will.* Note [1] de M. **Jean Le Calvez**, présentée par M. Maurice Caullery.

Patellina corrugata Will., petit Foraminifère déjà curieux par son mode plastogamique de reproduction sexuée, l'est aussi par la structure de sa chromatine au cours des deux divisions schizogoniques.

L'évolution est synchrone dans tous les noyaux (dont le nombre varie entre 3 et 10). Sur les plus précoces figures prophasiques, les chromosomes [24 d'après Myers [2]] sont scindés longitudinalement en deux chromatides jumelles, qui perdent bientôt tout contact et subissent au cours de la prophase une contraction linéaire intense accompagnée d'augmentation du calibre.

Pendant la rotation des deux fuseaux, les chromatides basculent sur place et s'orientent vers leur pôle respectif. En fin de métaphase, elles sont entassées sans grand ordre dans la région équatoriale du noyau et peuvent à ce moment prendre le nom de chromosomes-fils. Chaque élément plié en deux, repose sur la fibre fusoriale par un étranglement d'insertion très prononcé, tourné vers le pôle déjà dicentrique (*fig.* 1). Les branches inégales et massives portent sur toute leur longueur des variations annulaires et sembleraient composées d'une pile de disques chromatiques juxtaposés, si l'évolution ultérieure ne montrait qu'un tel aspect est dû à l'empâtement d'une spirale contractée.

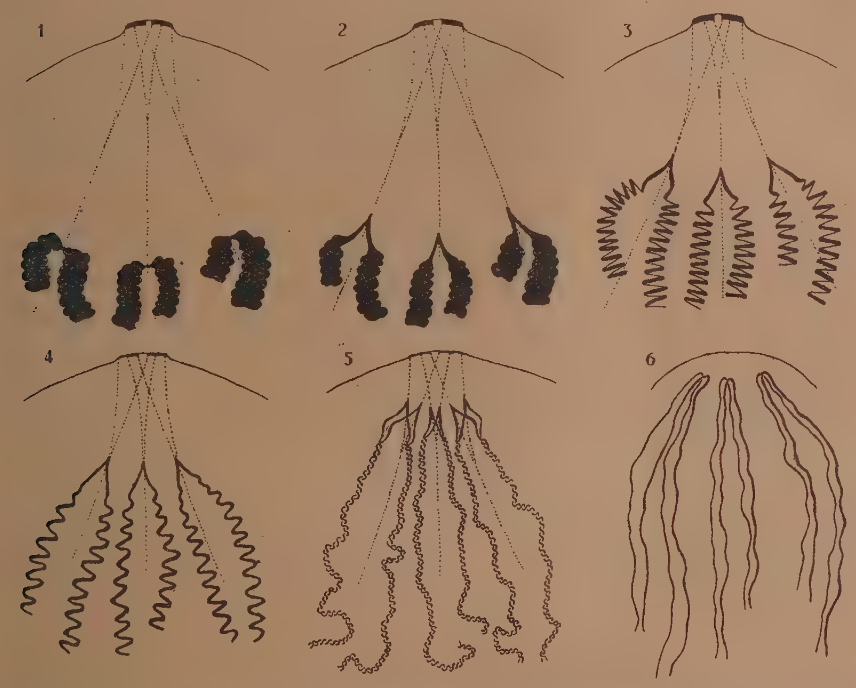
Au début de l'anaphase, l'étranglement d'insertion monte seul vers le pôle et tire derrière lui une petite bride en V réunissant les deux masses chromatiques (*fig.* 2). Mais, presque aussitôt, chaque branche sollicitée dans sa partie proximale, se dévide à la manière d'un ressort à boudin dont on tirerait l'extrémité (*fig.* 3). Le relâchement des spires se propage dans tout le chromosome-fils, dont les extrémités distales restent toujours à l'équateur du noyau (*fig.* 4).

Au cours de l'anaphase, une nouvelle structure se développe. L'apex des chromosomes déroulés se fend en deux V-fils dès qu'il arrive près du pôle. En même temps, chaque élément filiforme, d'abord rugueux, se

(1) Séance du 22 novembre 1937.

(2) E. H. Myers, *Scripps Inst. of Ocean* (*Bull. Techn. Ser.*, 3, 1935, p. 355).

dédouble en deux chromonemata plus minces, tordus en spirale l'un sur l'autre (*fig.* 5). Puis, les torsades se relâchent et libèrent leurs deux brins: en fin d'anaphase, il existe alors dans chaque demi-noyau un nombre d'anses couplées double du chiffre diploïde (*fig.* 6). Enfin la mitose s'étire en biscuit, se pince au milieu sans que la membrane disparaisse, et chaque noyau-fils s'arrondit.



Première mitose schizogonique de *Patellina corrugata* Will. — 1, fin de la métaphase; 2, début de l'anaphase : montée de l'étranglement d'insertion; 3, déroulement de la spirale secondaire; 4, relâchement des spires; 5, dédoublement proximal et apparition de la spirale primaire; 6, fin de l'anaphase : effacement des centrosomes et séparation des chromonemata (chromatides de la seconde mitose).

(Figures semi-schématiques ne concernant qu'un pôle. Trois chromosomes-fils et leurs fibres correspondantes ont seulement été représentés).

Le chromosome prophasique de la première division schizogonique de *Patellina* se trouve donc composé d'une paire longitudinale de chromatides séparées dès l'aube de la prophase. Chaque chromatide, devenue rapidement un chromosome-fils, comprend un couple de chromonemata minces et intimement torsadés (*spirale primaire*). Cette tresse est elle-même

enroulée suivant une spirale à tours plus grands (*spirale secondaire*), mais si contigus que le chromosome-fils en paraît massif avant l'anaphase.

La seconde mitose schizogonique débute d'emblée sans quiescence par la séparation des paires préformées. Chaque couple d'anses, issu de la détorsion anaphasique précédente, prendrait à son tour la valeur morphologique d'un chromosome prophasique (et chaque anse celle d'une chromatide) si la séparation définitive des deux moitiés longitudinales n'était déjà accomplie. Dès le début de cette seconde cinèse, il n'y a donc plus que des chromosomes-fils. A l'encontre de la première, aucune spirale n'est visible dans les minces éléments méta- et anaphasiques. L'évolution s'achève par un retour hâtif au repos, qui ne permet pas de pousser plus loin la sériation des structures.

Par contre l'absence de repos intercalaire entre les deux mitoses, évitant toute discontinuité dans l'observation des éléments, montre nettement que, dès l'anaphase de la première division, les chromatides de la seconde s'individualisent, et s'accorde avec l'interprétation de la quiescence chromosomienne comme une vacuolisation du couple constituant.

La structure doublement spiralée qui vient d'être décrite, n'a été rencontrée jusqu'ici chez aucun autre chromosome de Protiste. Mais il est remarquable de constater qu'elle se superpose entièrement à des arrangements bien connus dans les méioses ou mitoses de certains végétaux (Commélinacées, Liliacées), et étendus très récemment à quelques cellules animales (³). C'est une nouvelle confirmation à l'identité des phénomènes nucléaires chez les Protozoaires et les Métazoaires.

MICROBIOLOGIE. — *Chimiothérapie antiendotoxique.* Note de MM. **Constantin Levaditi** et **Aron Vaisman**, présentée par M. Félix Mesnil.

Deux faits nous ont conduits à admettre que des dérivés benzéniques sulfurés pouvaient exercer *in vivo* une action neutralisante à l'égard de certaines toxines microbiennes. D'abord nos constatations (¹) concernent

(³) S. Makino, *Journ. Faculty Sci., Hokkaido Imp. Univ.*, 6ᵉ série, *Zoology*, 5 nº 1, 1936, p. 29.

(¹) Levaditi et Vaisman, *C. R. Soc. Biol.*, **120**, 1937, p. 1077. Confirmé par Meyer, *Quart. Bull. Sea Wiew Hosp.*, **2**, 1937, p. 148.

la neutralisation de l'hémolysine streptococcique et de la leucocidine élaborée par les streptocoques pathogènes, en présence des azoïques sulfamidés; ensuite les particularités de l'action curative des composés benzéniques sulfamidés, sulfonés ou sulfoxydes dans la gonococcie expérimentale de la souris ([2]). Il nous est, en effet, apparu que, chez les souris inoculées par voie intrapéritonéale avec des gonocoques additionnés de mucine, et qui succombent entre 18 et 48 heures, la mort est due soit à la péritonite et à la septicémie gonococcique, soit à une intoxication par les *endotoxines* du gonocoque. Dans ce dernier cas, la cavité péritonéale ne contient pas de gonocoques, ceux-ci ayant subi une lyse totale avant la mort de l'animal (lyse intra- ou extra-leucocytaire). Dans une série de 43 souris, inoculées au même moment, 20 pour 100 des animaux appartenaient à cette dernière catégorie.

Or, certains dérivés benzéniques sulfurés, tels, entre autres, le diaminodiphénylsulfone, le dioxydiphénysulfone, le diacétyldiaminodiphénylsulfoxyde, et surtout le 4-nitro-4' aminodiphénylsulfoxyde ([3]), agissent curativement, que la mort des souris témoins soit due à la péritonite gonococcique ou à l'intoxication par les endotoxines du gonocoque. Il s'ensuit que, dans ce cas particulier, la chimiothérapie est à la fois antimicrobienne et antiendotoxique.

Afin de le démontrer d'une manière irréfutable, nous avons utilisé dans des expériences analogues, non pas des gonocoques vivants, mais des extraits de corps microbiens dévitalisés. De tels extraits, préparés en congelant et décongelant des émulsions concentrées de gonocoques, ont été injectés, après centrifugation, à des souris par voie intraveineuse; ils ont provoqué la mort des animaux en 18 à 24 heures. Mais les résultats ont été meilleurs en utilisant la technique suivante : émulsions concentrées de gonocoques (cultures âgées de un à cinq jours), isolement des corps microbiens par centrifugation, dessiccation dans le vide sulfurique pendant 24 heures, injection intrapéritonéale à la dose de 3^{mg}, 2^{mg}, $1^{mg},5$ et 1^{mg} pour une souris d'environ 20^{g}.

D'autre part nous avons éprouvé l'action curative antiendotoxique du dérivé 4-nitro-4' aminodiphénylsulfoxyde, celui, précisément, qui s'était révélé le plus actif dans l'infection gonococcique expérimentale ([4]).

([2]) Levaditi et Vaisman, *Presse médicale*, 78, 1937, p. 1371.

([3]) Girard, Ray et Richard, *Nature*, 140, 1937, p. 283.

([4]) Levaditi, Girard, Vaisman, Ray et Richard, *Bull. Soc. franç. de Dermat. et de Syphiligraphie*, séance du 4 novembre 1937 (*sous presse*).

Résultats. — 1° *Endotoxine desséchée :* Dose 3^{mg} pour une souris de 20^{g}. Voie intrapéritonéale. Traitement simultané (3^{mg} du corps *per os*).

Témoins (5), 24 heures : 2V + 3M [5]; deuxième jour : 5M; *survie définitive :* 0.

Traitées (10), 24 heures : 5V + 5M; deuxième jour : 3V + 7M; *survie définitive :* 3V (30 pour 100).

2° *Endotoxine desséchée :* Dose 2^{mg}. Traitement simultané (5^{mg} *per os*).

Témoins (10), 24 heures : 5V + 5M; 36 heures : 3V + 7M; deuxième jour : 10M; *survie définitive :* 0.

Traitées (20), 24 heures : 13V + 7M; 36 heures : 12V + 8M; *survie définitive :* 12V (60 pour 100).

3° *Endotoxine desséchée :* Dose 1^{mg},5. Traitement simultané (5^{mg} *per os*).

Témoins (20), 24 heures : 6V + 14M; deuxième jour : 5V + 15M; du cinquième au septième jour : 2V + 18M.

Traitées (20), 24 heures : 11V + 9M; *survie définitive :* 11V (55 pour 100).

Conclusions. — Il en résulte que le 4-nitro-4' aminodiphénylsulfoxyde, administré par voie buccale, protège la souris contre l'intoxication provoquée par l'endotoxine gonococcique, dans une proportion assez élevée (55 à 60 pour 100 pour des doses d'endotoxine comprises entre 1^{mg},5 et 2^{mg} de produit sec). L'activité thérapeutique *in vivo* de certains dérivés benzéniques sulfurés est donc à la fois antimicrobienne et antitoxique. *C'est la première fois que l'on démontre la possibilité d'une chimiothérapie antitoxique, ce qui ouvre des perspectives nouvelles sur le plan du traitement chimiothérapique des infections microbiennes toxigènes.* En outre, nos essais montrent que les souris, ayant survécu à une inoculation intrapéritonéale d'endotoxine gonococcique, acquièrent l'immunité antigonococcique, ce qui n'est pas le cas des souris guéries par le produit sus-indiqué. D'où il semble ressortir que le dérivé benzénique sulfuré, en neutralisant l'endotoxine, annihile en même temps son pouvoir antigénique vaccinant [6].

A 16^{h}5^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}30^{m}.

E. P.

---

[5] M = morte; V = vivante.

[6] Des recherches avec d'autres endotoxines, par exemple celle du B. d'Aertrycke, préparée par M. Boivin et Mme Mesrobeanu, fournissent des résultats nettement positifs.

ERRATA.

—

(Séance du 3 novembre 1937.)

Note de M. *Marc Krasner*, Définition de certains anneaux non commutatifs. Classification des extensions primitives de corps à valuation discrète :

Page 772, ligne 31, *au lieu de* $\lambda W(a, Q)$, *lire* $\lambda \in W(a, Q)$, et *au lieu de* de ϖ, *lire* de ; ligne 33, *au lieu de* $\lambda = \alpha_0 + \alpha_1 z_a + \ldots + \alpha_n z_a^h$, *lire* $\lambda = \alpha_0 + \alpha_1 z_a + \ldots + \alpha_n z_a^n$.

Page 773, ligne 29, *au lieu de* φ_q, *lire* ψ_q.

Page 774, ligne 24, *aa lieu de* telle que, *lire* telle que toute.

(Séance du 8 novembre 1937.)

Note de M. *René Swyngedauw*, Sur le glissement d'une transmission à poulies inégales :

Page 839, ligne 4, dans l'équation qui exprime Γ, *au lieu de* $\frac{U - U'}{V}$, *lire* $\frac{U' - U''}{V}$, et dans l'équation au bas de la même page (ligne 7 avant la fin), *au lieu de*

$$\frac{U' - V'}{V} = \frac{\delta'}{R'} = \frac{T'_c - T'}{Es},$$

lire

$$\frac{U' - V'}{V} = \frac{\delta'}{R'} - \frac{T'_c - T'}{Es}.$$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'OCTOBRE 1937 (*suite et fin*).

Un Rochelais grand-maître de la Franc-Maçonnerie et physicien au XVIIIe *siècle, le Révérend J.-E. Désaguliers,* par JEAN TORLAIS. La Rochelle, F. Pijollet, 1937; 1 fasc. 23cm,5.

La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile, par JEAN LERAY, in *Cahiers scientifiques*, fasc. XVIII. Paris, Gauthier-Villars, 1937; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. Cartan).

L'Emeri de Samos, par JACQUES DE LAPPARENT, extrait de *Mineralogische und Petrographische Mitteilungen,* 49 (1937), 1-30. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H., 1 fasc. 23cm,5.

Connaissance des Terres décolorantes, par JACQUES DE LAPPARENT, extrait du n° 546 de la *Revue de Chimie industrielle.* Paris, Gauthier-Villars, 1937; 1 fasc. 27cm.

Le langage chimique du minéralogiste, par JACQUES DE LAPPARENT, extrait du *Bulletin de l'Association amicale des Ingénieurs-chimistes diplômés de l'Institut de Chimie de Strasbourg.* Strasbourg, Muh-Le Roux et Cie, 1937; 1 fasc. 24cm,5.

Étude pratique des rayonnements solaire, atmosphérique et terrestre (*Méthodes et résultats*), par CHARLES MAURAIN. Paris, Gauthier-Villars, 1937; 1 vol. 25cm,5.

Lepidopteren-Fauna von Estland (*Eesti*), par MAG. W. PETERSEN. Première et deuxième partie. Tallinn [Reval], Herausgeber Bildungsministerium des Freistaates Eesti, 1924; 2 vol. 23cm,5 (en langue allemande).

Carte générale Bathymétrique des Océans, publiée par le Bureau Hydrographique international. Publication spéciale, n° 30, fascicule B_1. Monaco, 1937; 1 planche 72cm × 105cm.

Carte générale Bathymétrique des Océans. Note sur la préparation de la Troisième édition de la feuille B_1, Océan Atlantique nord. Publication spéciale n° 30, fascicule B_1. Monaco, 1937; 1 fasc. 27cm.

Über das Vorkommen und die Bestimmung von Methylalkohol in Gärungsprodukten, par HARALD JAUKER in *Aus dem Pharmakognostischen Institut der Universität Tartu.* Tartu, 1937; 1 fasc. 23cm (en langue allemande).